

# SAVIJANJE I PROFILA U PLASTIČNOM PODRUČJU

---

Žitko, Ivo

Undergraduate thesis / Završni rad

2023

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Split / Sveučilište u Splitu**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:228:751167>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-10-04**



Repository / Repozitorij:

[Repository of University Department of Professional Studies](#)



UNIVERSITY OF SPLIT



**SVEUČILIŠTE U SPLITU**  
**SVEUČILIŠNI ODJEL ZA STRUČNE STUDIJE**

Prijediplomski stručni studij Konstrukcijsko strojarstvo

**Ivo Žitko**

**ZAVRŠNI RAD**

**SAVIJANJE I PROFILA U PLASTIČNOM PODRUČJU**

Split, rujan 2023.

**SVEUČILIŠTE U SPLITU**  
**SVEUČILIŠNI ODJEL ZA STRUČNE STUDIJE**

Prijediplomski stručni studij Konstrukcijsko strojarstvo

**Predmet:** Metalne konstrukcije

**Z A V R Š N I R A D**

**Kandidat:** Ivo Žitko

**Naslov rada:** Savijanje I profila u plastičnom području

**Mentor:** Vladimir Vetma, viši predavač

Split, rujan 2023.

**REPUBLIKA HRVATSKA**  
**SVEUČILIŠTE U SPLITU**  
**Sveučilišni odjel za stručne studije**

**Studij:** Konstrukcijsko strojarstvo  
**Predmet:** Metalne konstrukcije  
**Nastavnik:** Vladimir Vetma, viši predavač

**ZADATAK**

**Kandidat:** Ivo Žitko

**Zadatak:** Savijanje I profila u plastičnom području

U radu je potrebno:

- Objasniti savijanje punog ravnog nosača u elastično-plastičnom području
- Obraditi povećanje nosivosti punog ravnog nosača u plastičnom području
- Analizirati različite presjeke u elastično-plastičnom području
- Na zadanom primjeru izvršiti izbor I profila
- Navesti literaturu i dati zaključak

## Sažetak

U završnom radu analizirano je savijanje I profila u elastičnom i plastičnome području.

Prikazat će se analiza različitih presjeka profila u elastično-plastičnom području, određivanje faktora povećanja  $k$  u plastičnom području za poprečne presjeke, kako povećati nosivost u punog ravnog nosača u plastičnom području, te koliku plastičnu deformaciju dopustiti.

Na zadanom primjeru izvršiti će se izbor I profila koji će morati zadovoljavati uvijete kriterija nosivosti i krutosti. Za dobivene I profile prikazati će se raspodjela naprezanja za elastično područje pri pojavi plastičnog zgloba, povećanje nosivosti sukladno Eurocodom, te usporedba mase odabranih I profila. Izborom I profila kao prvi odabir odabrati će se profil s najmanjom masom po metru, a zaključkom objasniti zašto je najpovoljniji i što raditi u slučaju ako prilikom konstruiranja profil ne odgovara.

Ključne riječi: savijanje, opterećenje, plastično, elastično, zglob, moment, nosivost, granično, masa...

## Summary

In the final paper, the bending of the I profile in the elastic and plastic region was analyzed.

The analysis of different sections of the profile in the elastic-plastic region, the determination of the factor of increase  $k$  in the plastic region for cross-sections, how to increase the load capacity of a solid flat support in the plastic region, and how much plastic deformation is allowed will be presented.

On the given example, the selection of the I profile will be made, which will have to meet the conditions of the load-bearing and stiffness criteria. For the obtained I profiles, the stress distribution for the elastic area at the appearance of a plastic joint, the increase in load capacity in accordance with Eurocode, and a comparison of the mass of the selected I profiles will be shown. By selecting the I profile as the first selection, the profile with the smallest mass per meter will be chosen, and the conclusion will explain why it is the most favorable and what to do in case the profile does not fit during construction.

Key words: bending, load, plastic, elastic, joint, moment, bearing capacity, limiting, mass...

**SADRŽAJ**

Sažetak .....	1
1. Uvod.....	5
2. Savijanje punog ravnog nosača u elastičnom i plastičnom području .....	6
3. Povećanje nosivosti punog ravnog nosača u plastičnom području .....	11
3.1 Razvoj plastičnih zona u elastično-plastičnom području.....	11
3.2 Moment savijanja u elastično-plastičnom području .....	11
4. Analiza različitih presjeka u elastično-plastičnom području .....	17
4.1 Koeficijenti sigurnosti.....	21
5. Izbor I profila za zadani nosač .....	22
5.1 Izbor materijala punog ravnog nosača .....	23
5.2 Dimenzioniranje punog ravnog nosača.....	24
5.3 Provjera nosivosti i krutosti odabranih I profila .....	31
5.4 Raspodjela naprezanja odabranih I profila za elastično područje i pri pojavi plastičnog zgloba.....	33
5.5 Povećanje nosivosti odabranih I profila.....	34
5.6 Usporedba mase odabranih I profila .....	34
5.7 Izbor I profila .....	35
6. Zaključak.....	37
Literatura.....	38

## Popis slika

Slika 1.1 - Čelični I profil.....	5
Slika 2.1 - Opterećenje nosača u elastičnom plastičnom području.....	6
Slika 2.2 - Dijagram naprezanja i deformacije poprečnog presjeka punog ravnog nosača.....	7
Slika 2.3 - Raspodjela naprezanja i deformacija po visini poprečnog presjeka punog ravnog nosača.....	9
Slika 3.1 - Razvoj plastičnih zona u elastično-plastičnom području.....	11
Slika 3.2 - Dijagram naprezanja i deformacija u elastično-plastičnom području.....	14
Slika 3.3 - Dijagram naprezanja u elastično-plastičnom području.....	15
Slika 3.4 - Dijagram $M_{gr}/M_{el}=f(\varepsilon/\varepsilon_y)$ .....	16
Slika 4.1 - T poprečni presjek.....	17
Slika 4.2 - I poprečni presjek.....	19
Slika 4.3 - Poprečni presjeci pravokutnog, kružnog i romb oblika.....	20
Slika 5.1 - Tijek proračuna ravnog punog nosača.....	22
Slika 5.2 - Zadani nosač sa prikazanim opterećenjima.....	23
Slika 5.3 - Zadani nosač s proračunskim vrijednostima oslobođen svih veza.....	24
Slika 5.4 - Prikaz unutarnjih slika za $0 < x < 3$ .....	25
Slika 5.5 - Prikaz unutarnjih slika za $3 < x < 6$ .....	26
Slika 5.6 - Dobiveni dijagram unutarnjih sila.....	27
Slika 5.7 - Raspodjela naprezanja za IPE330 profila.....	33
Slika 5.8 - Raspodjela naprezanja za HE220B profil.....	33
Slika 5.9 - Raspodjela naprezanja HE220M profila.....	34
Slika 5.10 - Simulacija savijanja profila IPE 330.....	35
Slika 5.11 – Dijagram naprezanja profila IPE 330.....	36
Slika 5.12 - Dijagram momenta oko osi $x$ za profil IPE 330.....	36

**Popis Tablica**

Tablica 1.1 - Povećanje nosivosti $k$ za razne vrijednosti deformacija.....	16
Tablica 2.1 - Geometrijske karakteristike I profila.....	28
Tablica 2.2 - Karakteristike poprečnog presjeka profila IPE 330 profil.....	29
Tablica 2.3 - Karakteristike poprečnih presjeka profila HE220B i HE200M profile.....	29



## 1.Uvod

Čelični profili imaju dobra fizička svojstva, zbog čega se često upotrebljavaju za razne metalne konstrukcije. Mogu premostiti velike udaljenosti pa se upotrebljavaju u gradnji objekata gdje su potrebni veliki konstrukcijski rasponi.

Prednosti primjene čeličnih profila kod metalnih konstrukcija su:

- brza i ekonomična montaža
- jednostavna proizvodnja
- mogućnost premošćivanja vrlo velikih raspona
- mogućnost jednostavnog održavanja

Također treba napomenuti da je konstrukcija s čelikom i ekološki prihvatljiva jer se radi o materijalu koji se može reciklirati.

Čelična konstrukcija može se sastojati od stupova, greda, nosača sastavljenih od različitih čeličnih profila. Tako se primjerice upotrebljavaju vruće valjani I profili (IPE, HEA, HEB, HEM...), U profili, L profili, razni kutni profili i, na kraju, ali ne najmanje važne, čelične cijevi (kružnog ili kvadratnog presjeka).



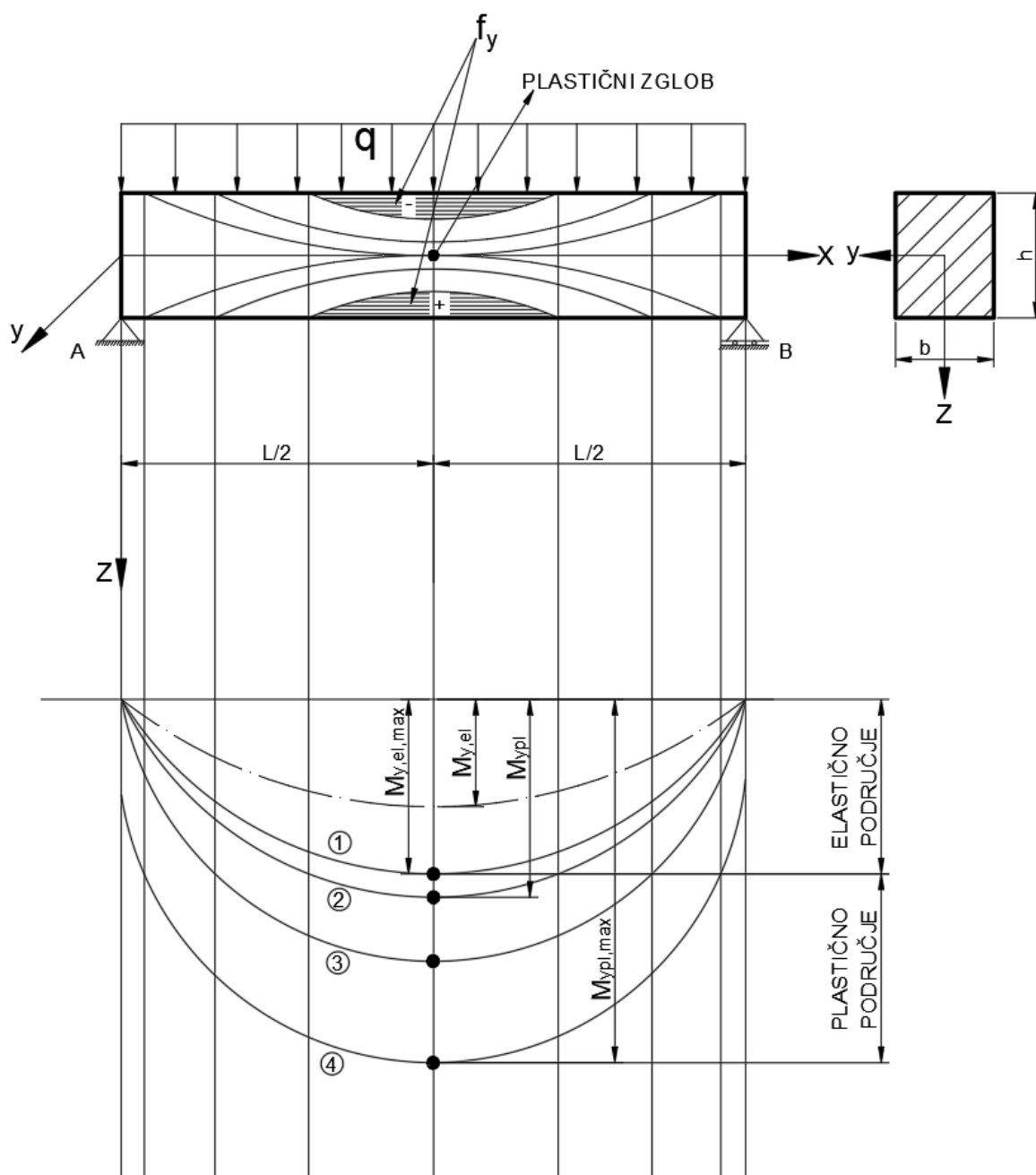
*Slika 1.1 - Čelični I profil*

Pri projektiranju, razradi i oblikovanju metalnih konstrukcija izvedenih iz čeličnih profila potrebno je poštovati pravila, propise i norme koje daje Eurocode.

## 2. Savijanje punog ravnog nosača u elastičnom i plastičnom području

U ovom dijelu završnog rada razmotrit će se čisto savijanje punog ravnog nosača s konstantnim poprečnim presjekom.

Za analizu se uzima da je materijal homogen, izotropan i idealno elastičan. Opterećenje nosača je kontinuirano kako je prikazano na slici 2.1.



Slika 2.1 - Opterećenje nosača u elastičnom plastičnom području [5]

Usljed opterećenja dolazi do savijanja nosača te se pretpostavlja da se uzdužna vlakna nosača nalaze u jednoosnome stanju naprezanja. U elastičnom području za opterećenje nosača  $q$ , normalna naprezanja u poprečnom presjeku mijenjaju se po linearnom zakonu.

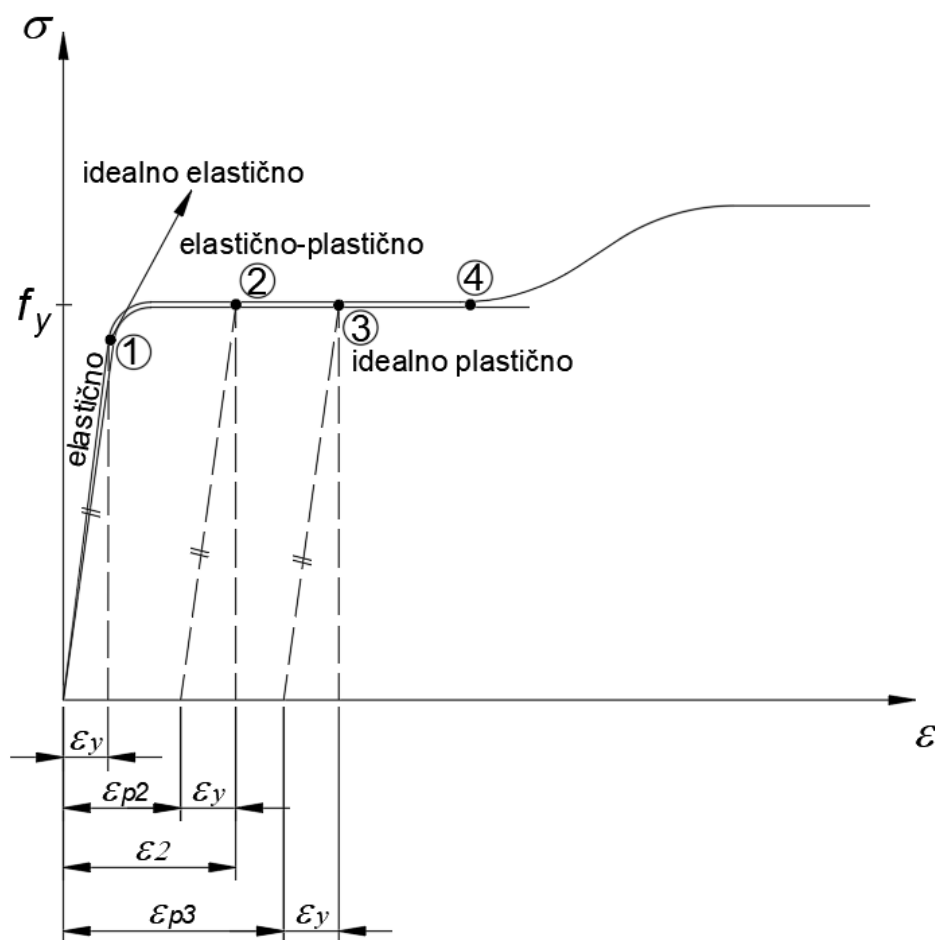
Dakle, vrijedi da je:

$$\sigma = \varepsilon_y \cdot E$$

Gdje je:  $\sigma$ - naprezanje u elastičnom području

$\varepsilon_y$  – deformacije do granice tečenja (elastične deformacije)

$E$  – modul elastičnosti



Slika 2.2 - Dijagram naprezanja i deformacije poprečnog presjeka punog ravnog nosača [5]

1- elastično područje 2 – elastično plastično područje

3 – idealno elastično područje 4 – pojava plastičnog zgloba

Ovdje se radi o točki 1 prikazanoj na dijagramu  $\sigma$ - $\mathcal{E}$  (slika 2.2). Nosač se nalazi u idealno elastičnom području, tj. nakon rasterećenja nosača od opterećenja  $q$  kažemo da se nosač vraća u prvobitni položaj i deformacije su  $\mathcal{E}_l=0$ . Moment u elastičnom području može se odrediti iz izraza:

$$M_{y,el} = \frac{q \cdot l^2}{8}$$

Dok je za slučaj najvećeg opterećenja na sredini nosača  $M_{yel,max}$  iz izraza:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{yel,max}}{I_y} \cdot \frac{h}{2} = \frac{M_{yel,max}}{W_{el,y}} \leq f_y$$

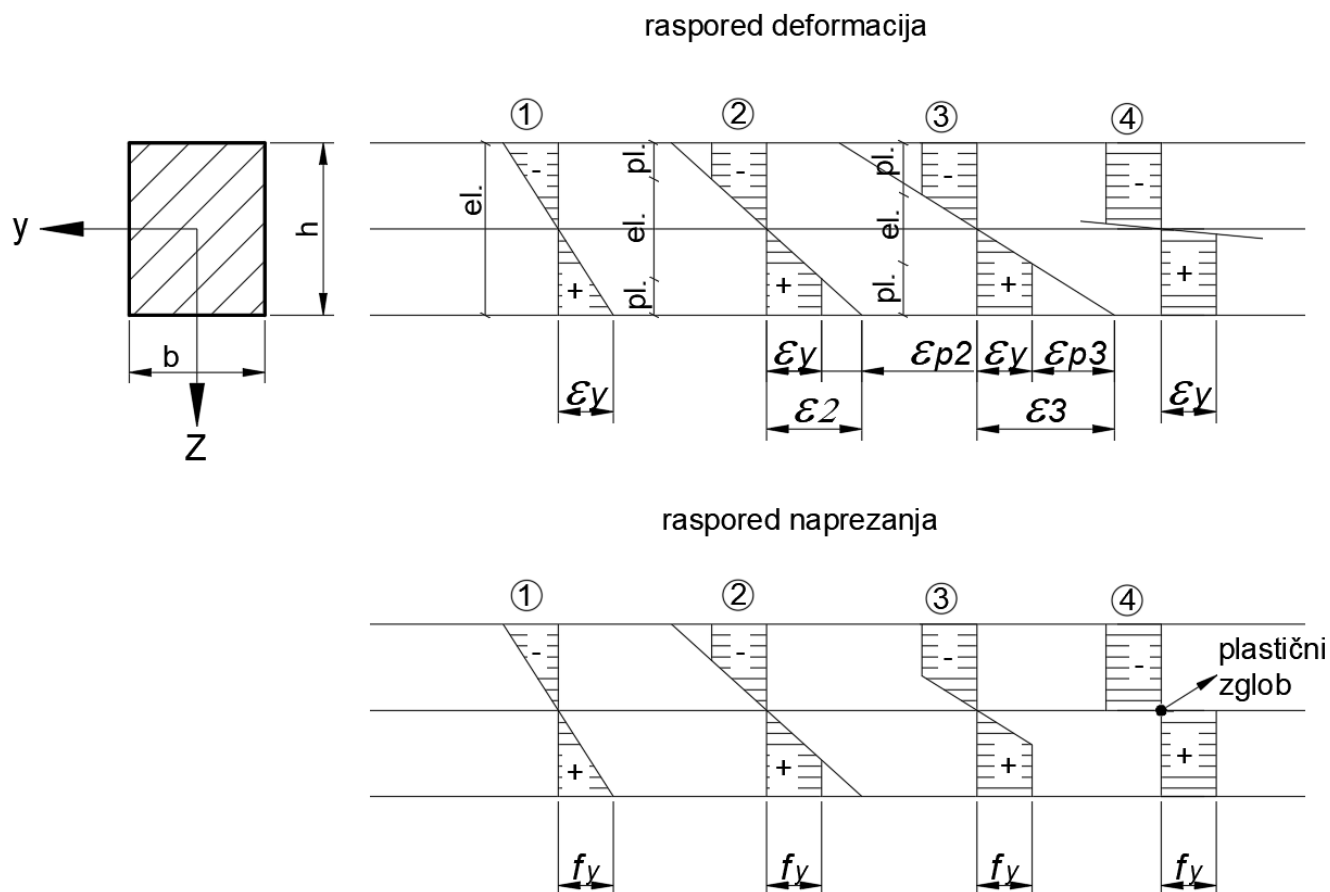
Gdje je:  $\sigma_{max}$  – maksimalno naprezanje

$h$  – visina presjeka

$W_{el,y}$  – moment otpora u elastičnom području

Dobivamo,

$$M_{yel,max} = W_y \cdot f_y$$



Slika 2.3 - Raspodjela naprezanja i deformacija po visini poprečnog presjeka punog ravnog nosača [5]

Dakle, najveće naprezanje pojavit će se na najudaljenijim rubnim vlaknima poprečnog presjeka (točka 1, slika 2.2 i 2.3). Plastične deformacije u poprečnom presjeku nosača nastaju kada najveće naprezanje dostigne granicu tečenja, dakle u slučaju kada je  $\sigma_{max}=f_y$ .

Veće naprezanje  $\sigma$  će nastati ako se poveća  $q$  nosača. U tom slučaju kažemo da je nosač u plastičnom području, dok moment savijanja označavamo s  $M_{y,pl}$ . Naprezanje ostaje u granicama  $f_y$ , ali se počinju razvijati plastične deformacije  $\epsilon_p$ . Poprečni presjek se rubno plastificirao, tj. nastale su trajne deformacije (točka 2, slika 2.2 i 2.3).

Pri daljnjem povećanju opterećenja  $q$ , povećava se i moment savijanja u plastičnom području  $M_{y,pl}$ , te se plastična zona širi prema neutralnom sloju. U poprečnom presjeku sada postoji plastična zona i elastična jezgra. S povećanjem opterećenja elastična jezgra se smanjuje pa kažemo da se materijal nosača dodatno plastificirao. Trajne deformacije  $\epsilon_p$  su sve veće, a naprezanje  $\sigma_{max}=f_y$  (ostaje u granicama  $f_y$ ) (točka 3, slika 2.2 i 2.3).

Kada s porastom opterećenja  $q$  elastična jezgra u potpunosti nestane, poprečni presjek nosača se potpuno plastificirao. Nosač je izgubio nosivost, tj. sposobnost nošenja. Presjek nosača nije nosiv na savijanje. To je granično stanje pri kojem deformacije nosača rastu neograničeno bez daljnjeg porasta momenta savijanja. Najveći moment koji presjek može preuzeti naziva se granični moment ili moment plastičnog presjeka  $M_{ypl,max}=M_{gr}$ . U poprečnom presjeku nosača formira se tzv. plastični zglob koji prenosi konstantni moment jednak graničnom momentu  $M_{gr}$  (točka 4, slika 2.2 i 2.3).

Ako se opterećenje poveća dolazi do loma konstrukcije, tj. punog ravnog nosača. Ipak za određene konstrukcije moguće je povećati nosivost ulaskom u elastično-plastično područje, ali kontrolirano.

To znači da su za određene poprečne presjeke prema pravilima Eurocode-a za statički opterećene konstrukcije dopuštene plastične deformacije ili djelomično plastificiranje poprečnog presjeka. Važno je da i dalje postoji većinom elastična jezgra koja osigurava duktilnost presjeka profila konstrukcije. U tom slučaju je koeficijent povećanja nosivosti  $k$ :

$$k = \frac{M_{y,el}}{M_{yel,max}} = \frac{W_{pl,y}}{W_{el,y}}$$

koji je za čelične profile metalnih konstrukcija:

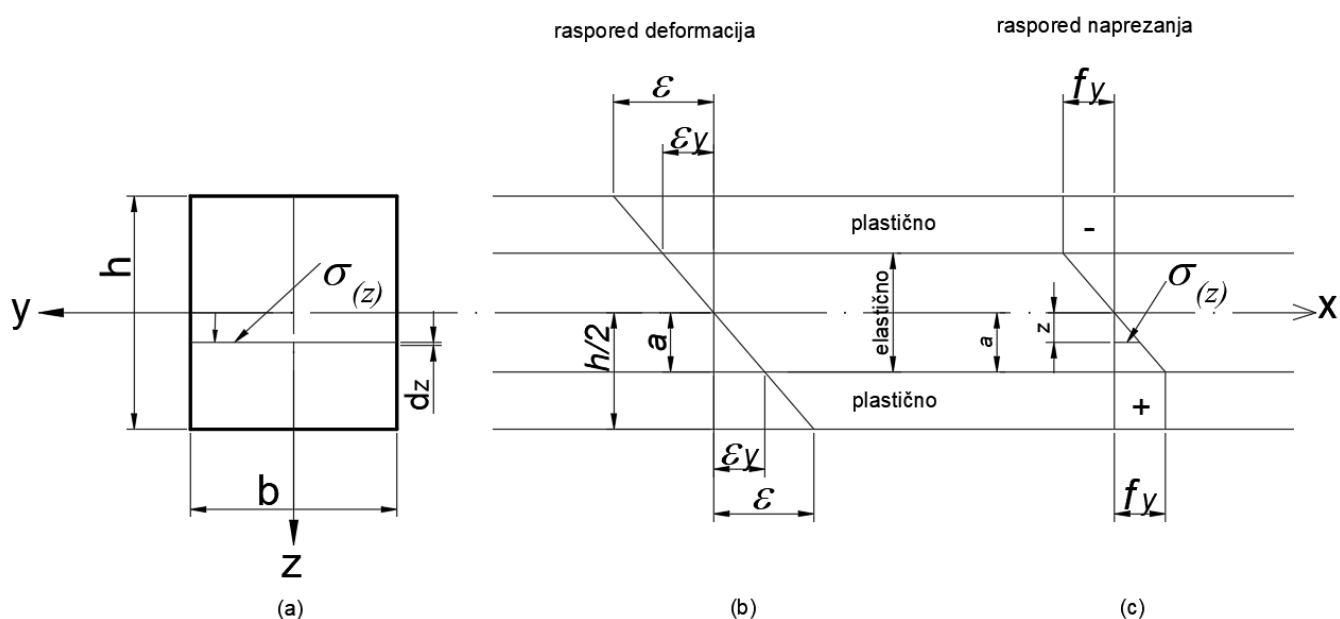
$k=1$  - za elastično područje

$1 < k < 2$  - za plastično područje

### 3. Povećanje nosivosti punog ravnog nosača u plastičnom području

#### 3.1 Razvoj plastičnih zona u elastično-plastičnom području

Na slici 3.1 prikazan je raspored deformacija i naprezanja po visini poprečnog presjeka punog ravnog nosača.



Slika 3.1 - Razvoj plastičnih zona u elastično-plastičnom području

Dakle, prikazan je razvoj plastičnih zona u elastično-plastičnom području pravokutnog poprečnog presjeka punog ravnog nosača koji je izložen savijanju. U elastičnom se području normalna naprezanja u poprečnom presjeku mijenjaju po linearnom zakonu  $\sigma = \epsilon_y \cdot E$ .

Plastične deformacije će se pojaviti u poprečnom presjeku kada najveće naprezanje  $\sigma_{max}$  dostigne granicu tečenja  $f_y$ . Raspored naprezanja u elastično-plastičnom području prikazan je na slici 3.1., te se mijenja prema odnosu:  $f_y \cdot a = \sigma_{(z)}$ ; dobijemo da za:

- elastičnu jezgru vrijedi:  $\sigma_z = f_y \cdot \frac{z}{a}$  (linearna promjena)

- plastične zone vrijedi:  $z > a : \sigma_{(z)} = f_y$  (konstanta)

#### 3.2 Moment savijanja u elastično-plastičnom području

Ravni puni nosač pravokutnog poprečnog presjeka  $b \times h$  opterećen je momentom savijanja tako da se nalazi u elastično-plastičnom području (slika 2.1).

Pri povećanju momenta savijanja  $M$  preko  $M_{yel,max}$  plastična se zona širi prema neutralnom sloju. U poprečnom presjeku postoji elastična jezgra i plastična zona (slika 3.1.). Iz uvjeta ravnoteže  $\sum M_y = 0$  dobiva se veličina momenta  $M$ , kojem odgovara djelomično plastificiran poprečni presjek:

$$M = \int_A \sigma_{(z)} \cdot z \cdot d_A$$

$$M = 2 \int_0^{\frac{h}{2}} \sigma_{(z)} b \cdot z \cdot dz$$

gdje su:  $z$ -krak  $b$ -širina

Moment savijanja u elastičnom  $(0,a)$  i plastičnom  $(a, h/2)$  području:

$$M = 2 \int_0^a \sigma_{(z)} \cdot z \cdot b \cdot dz + 2 \int_a^{\frac{h}{2}} \sigma_{(z)} \cdot b \cdot z \cdot dz$$

$$M = 2 \int_0^a f_y \frac{z}{a} \cdot z \cdot b \cdot dz + 2 \int_a^{\frac{h}{2}} f_y \cdot b \cdot z \cdot dz$$

$$M = 2 f_y \cdot b \left\{ \frac{2}{3} a^2 + \frac{h^2}{4} - a^2 \right\}$$

$$M = f_y \cdot \frac{bh^2}{6} \cdot \left[ \frac{3}{2} - 2 \left( \frac{a}{h} \right)^2 \right]$$

Kako je moment otpora poprečnog presjeka za elastično područje  $W_{el,y} = \frac{bh^2}{6}$ , moment savijanja u elastično-plastičnom području poprima oblik:



$$M = f_y \cdot W_{el,y} \cdot k$$

Koeficijent povećanja nosivosti ili faktor oblika  $k$  je  $k = \frac{3}{2} - 2 \left(\frac{a}{h}\right)^2$ , za:

$$a = \frac{h}{2} \rightarrow k=1 \quad \rightarrow \text{elastično područje}$$

$$a = 0 \rightarrow k = \frac{3}{2} \quad \rightarrow \text{plastično područje}$$

Tada je:

$$M = f_y \cdot W_{el,y} \cdot k \rightarrow \text{za } \frac{h}{2}: \quad k=1 \rightarrow M_{el} = f_y \cdot W_{el,y} \quad (\text{elastično područje})$$

$$\text{za } a=0: \quad k = \frac{3}{2} \rightarrow M_{gr} = M_{el} \cdot k \quad (\text{potpuno plastificiran presjek})$$

U ovom slučaju omjer nosivosti iznosi;  $k = \frac{M_{gr}}{M_{el}} = \frac{W_{ply}}{W_{ely}}$ , a izražava dopunski koeficijent pri savijanju, koji je uvjetovan unutarnjom nehomogenošću napregnuta stanja.

Prema tome moment za plastično područje u slučaju pojave plastičnog zgloba, kada je  $k = \frac{3}{2}$  iznosi:

$$M = M_{gr} = f_y \frac{bh^2}{6} \cdot \frac{3}{2}$$

što daje da je granični moment  $M_{gr}$ :

$$M_{gr} = f_y \frac{bh^2}{4}$$

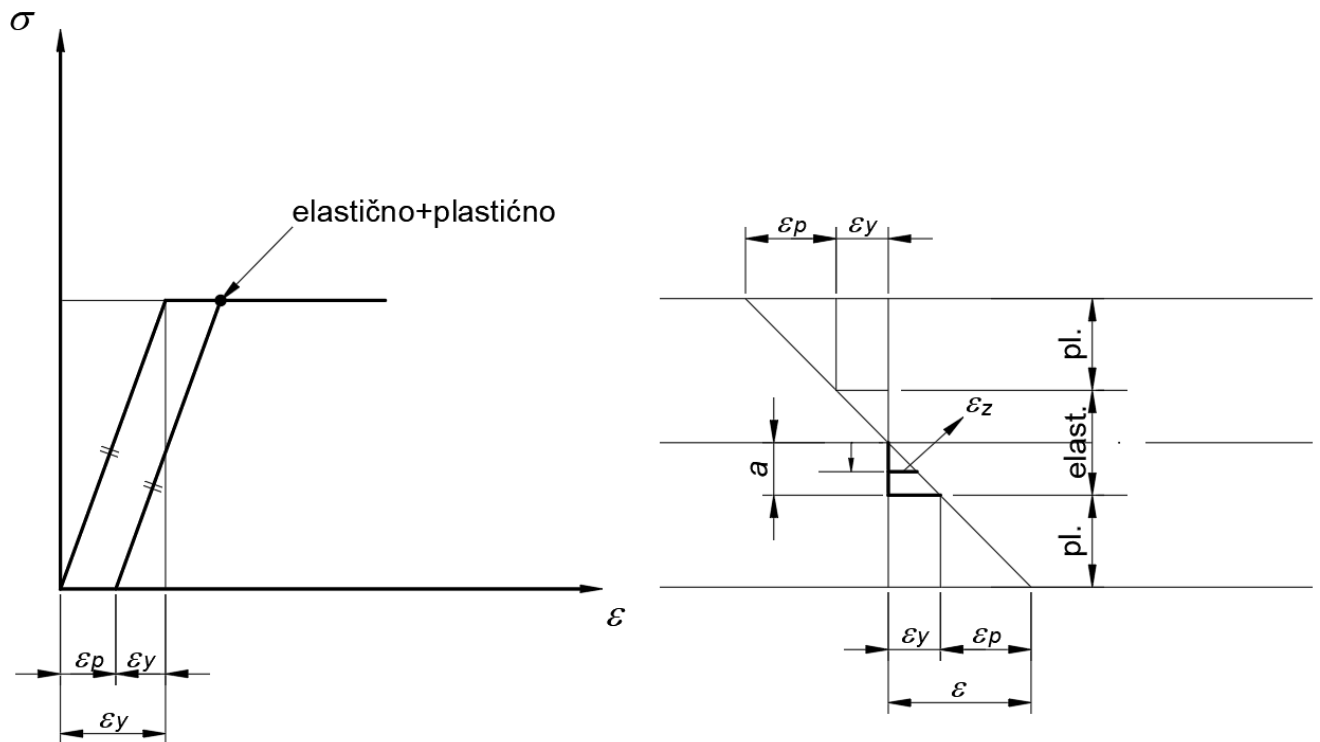
gdje je moment otpora za puni ravni nosač pravokutnog poprečnog presjeka:

$$W_{pl,y} = \frac{bh^2}{4}$$

Dolazimo do zaključka da se moment  $M_{el}$  (elastično područje) za puni ravni nosač pravokutnog poprečnog presjeka može povećati do 50% do pojave plastičnog zgloba:

$$M_{gr} = 1.5 \cdot M_{el}$$

Unutar tih 50% ( $k = \frac{3}{2}$ ) za puni pravokutni poprečni presjek Eurocode-om je definiran dopušten koeficijent povećanja nosivosti preko iznosa  $W_{pl,y}$  (tablice profila).



Slika 3.2 - Dijagram naprezanja i deformacija u elastično-plastičnom području [5]

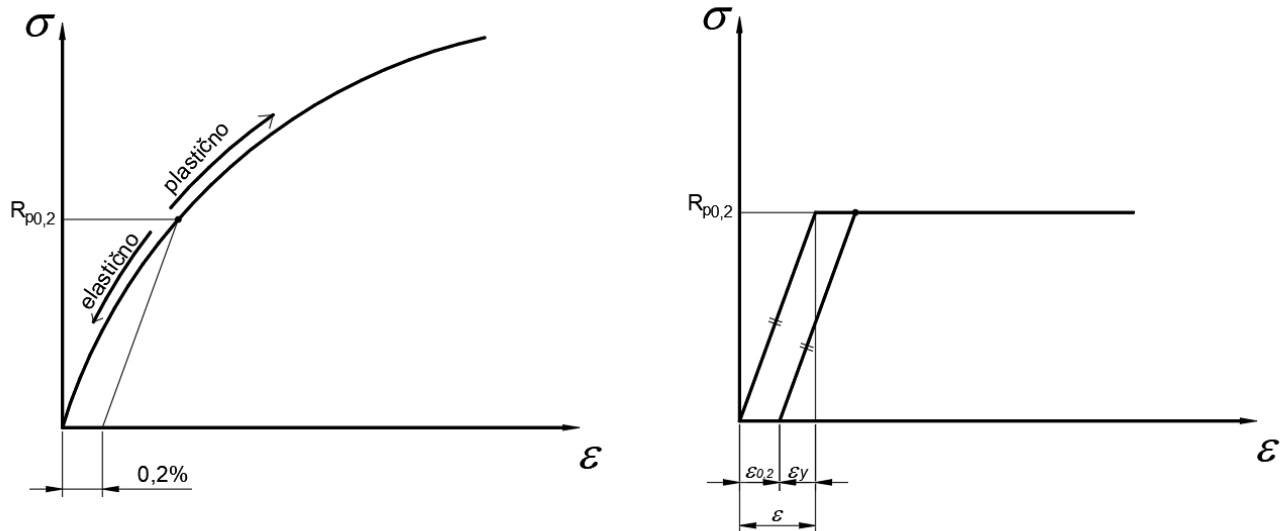
Prema slici 3.2 vrijedi:

$\epsilon_p$  -plastične deformacije

$\epsilon_y = f_y/E$  - elastične deformacije

Npr. ako se usvoji  $\epsilon_p = 0.2\%$  (za materijale  $R_{p0.2}$ ),  $\epsilon_y = \frac{240MPa}{210GPa} = 0,114\%$  (vraća se natrag nakon rasterećenja)

tada je:  $\epsilon = \epsilon_p + \epsilon_y \rightarrow \epsilon = 0.2 + 0.114 = 0.314\%$



Slika 3.3 - Dijagram napreznja u elastično-plastičnom području [5]

Prema dijagramu napreznja na slici 3.2 „a“ pokazuje veličinu elastične jezgre, pa je:

$$\varepsilon : h/2 = \varepsilon_y : a$$

$$a = \varepsilon \cdot \frac{h}{2} \cdot \frac{1}{\varepsilon}$$

$$a = 0,0114 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{h}{2} \cdot \frac{1}{0,314 \cdot 10^{-2}}$$

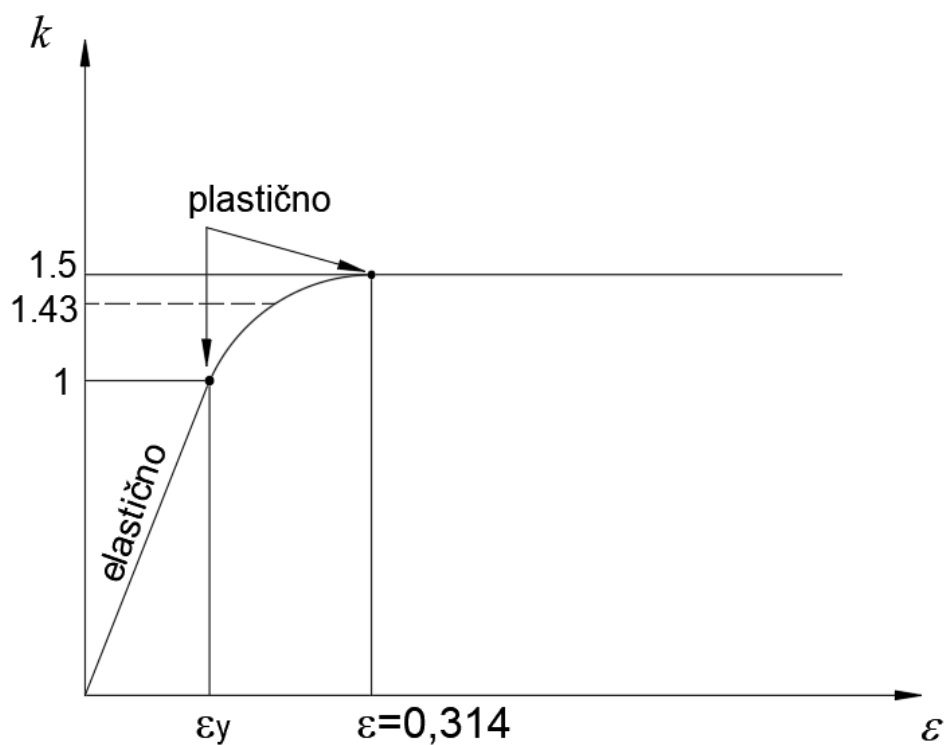
$$a = 0,182h$$

Sada je koeficijent povećanja nosivosti ili faktor oblika  $k$ :

$$k = \frac{3}{2} - 2 \left( \frac{a}{h} \right)^2 = \frac{3}{2} - 2 \left( \frac{0,182h}{h} \right)^2 = 1,43$$

To znači da možemo iskoristiti veći moment što nam pruža veću nosivost u sigurnosne svrhe!

Dijagram  $M_{gr}/M_{el}=f(\varepsilon/\varepsilon_y)$  prikazan je na slici 3.4.



Slika 3.4 - Dijagram  $M_{gr}/M_{el}=f(\varepsilon/\varepsilon_y)$  [5]

Tablica 1.1 - Povećanje nosivosti  $k$  za razne vrijednosti deformacija

$\varepsilon/\varepsilon_y$	1	2	4	8	...	$\infty$
	ELASTIČNO	PLASTIČNO				
$k$	1	1,375	1,47	1,49		1,5

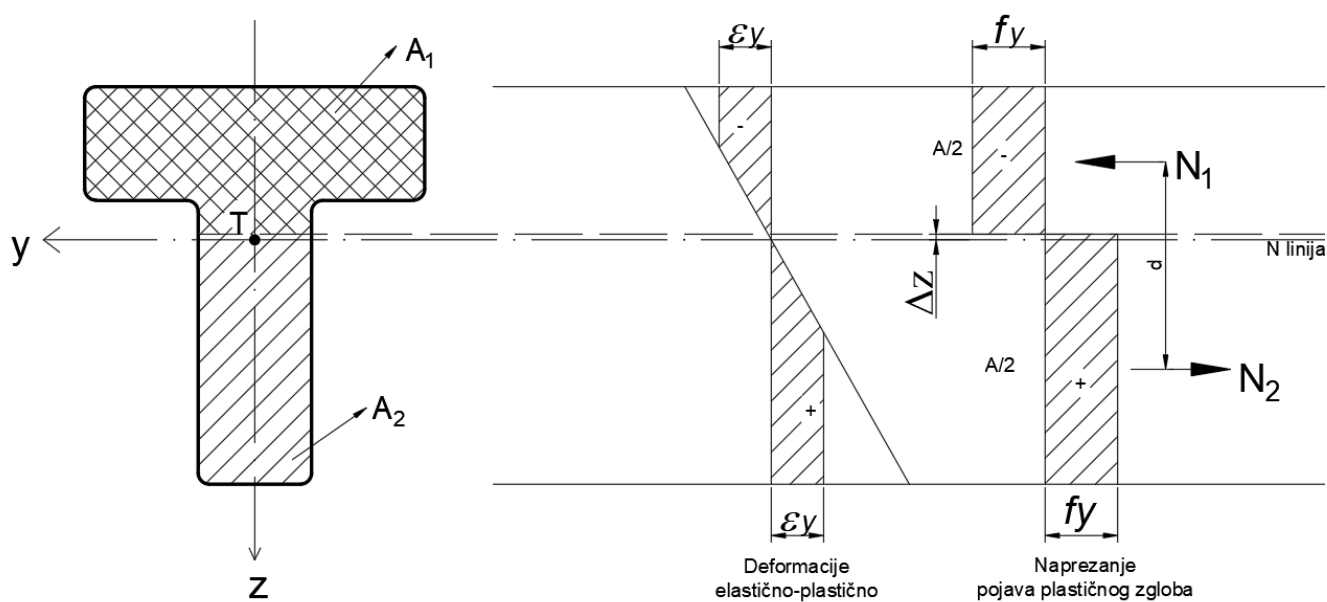
Iz tablice je vidljivo da kako se povećavaju deformacije, povećava se i nosivost (nosač može preuzeti veća opterećenja). Puni ravni nosač pravokutnog poprečnog presjeka povećava nosivost za max. 50%.

## 4. Analiza različitih presjeka u elastično-plastičnom području

U ovom dijelu završnog rada analizirati će se različiti presjeci profila u elastično-plastičnome području.

Poprečni presjeci koji će se analizirati: T presjek, I presjek, puni kružni presjek, kvadratni presjek.

Na slici 4.1 je prikazan T poprečni presjek s raspodjelom deformacija i naprezanja.



Slika 4.1 - T poprečni presjek [5]

Za nesimetrične presjek neutralna linija se pomiče jer  $A_1 \neq A_2$ .

Proračun graničnog momenta za T presjek slijedi iz uvjeta ravnoteže:

$$N_2 - N_1 = 0$$

$$N_1 = f_y \cdot A_1$$

$$N_2 = f_y \cdot A_2$$

gdje je:

$A_1$  površina vlačne zone, a  $A_2$  površina tlačne zone.

odatle je:

$$A_1 = A_2 = A/2$$

To znači da u graničnom stanju neutralna os dijeli presjek na dva jednaka dijela.

Granični moment savijanja je:

$$M_{gr} = N \cdot d$$

$$M_{gr} = - \int_{A_1} f_y \cdot z \cdot dA + \int_{A_2} f_y \cdot z \cdot dA$$

izraz možemo napisati u obliku

$$M_{gr} = 2S_y \cdot f_y$$

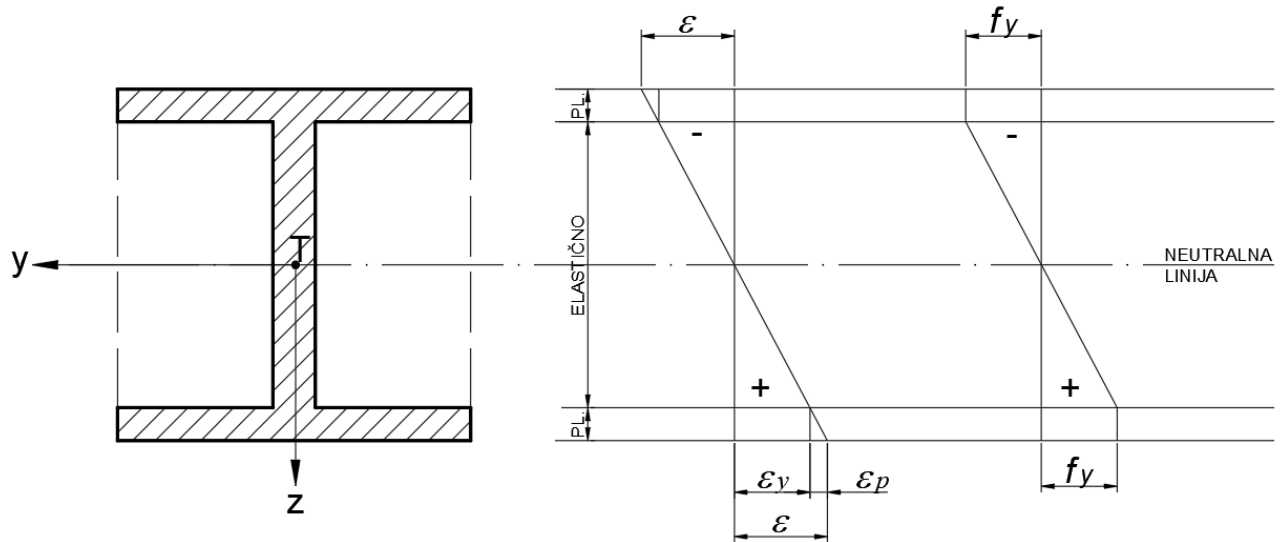
gdje je  $S_y$  apsolutna vrijednost statičkih momenata vlačne i tlačne zone s obzirom na plastičnu neutralnu os.

Izraz možemo napisati u obliku

$$M_{gr} = W_{pl,y} \cdot f_y$$

Na slici 4.2 je prikazan I poprečni presjek, te koeficijent povećanja nosivosti  $k$  za profile (IPE, HEM, HEB) istih visina.

Možemo primijetiti da se koeficijenti povećanja nosivosti  $k$  ne razlikuju previše.



Slika 4.2 - I poprečni presjek [5]

Koeficijenti povećanja nosivosti  $k$  koji su regulirani pravilima prema Eurocode-u za I profile koji se mogu koristiti za realne metalne konstrukcije su:

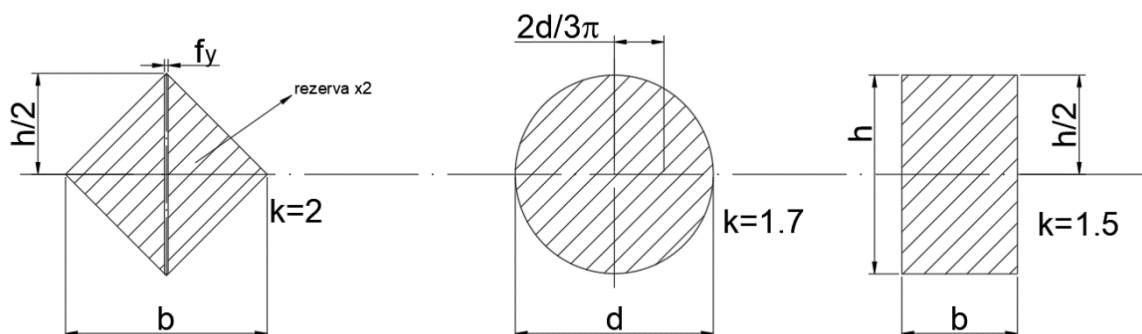
IPE 240  $k=1.13$

HE 240 A  $k=1.1$

HE 240 B  $k=1.12$

HE 240 M  $k=1.18$

Određivanje faktora povećanja nosivosti  $k$  u plastičnom području do pojave plastičnog zgloba za poprečne presjeke u obliku pravokutnika, kruga i romba koji su prikazani na slici 4.3.



Slika 4.3 - Poprečni presjeci pravokutnog, kružnog i romb oblika [5]

pravokutnik

$$W_{ely} = \frac{b \cdot h^2}{6}$$

$$W_{ply} = 2S_y = 2 \cdot b \cdot \frac{h}{2} \cdot \frac{h}{4} = \frac{b \cdot h^2}{4}$$

$$k = \frac{W_{ply}}{W_{ely}} = \frac{3}{2} = 1,5$$

krug

$$W_{ely} = \frac{\pi \cdot d^3}{32}$$

$$W_{ply} = 2S_y = 2 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{8} \cdot \frac{2 \cdot d}{3 \cdot \pi} = \frac{d^3}{6}$$

$$k = \frac{W_{ply}}{W_{ely}} = \frac{16}{3\pi} = 1,7$$

romb

$$W_{ply} = \frac{I_y}{h/2} \quad I_y = 2 \cdot \frac{b}{12} \cdot \left(\frac{h}{2}\right)^3 \quad \rightarrow \quad W_{ely} = \frac{b \cdot h^2}{24}$$

$$W_{ply} = 2S_y = 2 \cdot \frac{b \cdot h}{2} \cdot \frac{h}{6} = \frac{b \cdot h^2}{12}$$

$$k = \frac{W_{ply}}{W_{ely}} = \frac{\frac{b \cdot h^2}{12}}{\frac{b \cdot h^2}{24}} = 2$$



## 4.1 Koeficijenti sigurnosti

Kod metalnih nosača veliku važnost uzima sigurnost.

Koeficijent sigurnosti uzima se prema pravilima popisa datim u Eurocode-u 3 za opterećenja i materijale:

Vlastita težina:  $G_d = G_k \cdot \gamma_G \rightarrow \gamma_G = 1,35$

Koncentrirana sila:  $F_d = F_k \cdot \gamma_f \rightarrow \gamma_f = 1,5$

Promjenjiva opterećenja:  $Q_d = Q_k \cdot \gamma_Q \rightarrow \gamma_Q = 1,5$

Potres:  $A_d = A_k \cdot \gamma_A \rightarrow \gamma_A = 1$

Koeficijent sigurnost ovisi o geometriji i plastičnosti profila nosača.

Ako je nosač napravljen od materijala S235  $\rightarrow f_y = 235$  MPa

Koeficijent sigurnosti je  $\gamma_m = 1.1$ .

## 5. Izbor I profila za zadani nosač

U nastavku rada biti će objašnjen izbor I profila na jednostavnom primjeru ravnog punog nosača. Nosač je izrađen iz vruće valjanih profila. Za izbor I profila koristiti će se podaci za IPE, HEB i HEM toplo valjane profile. Materijal je konstrukcijski čelik S235J0.

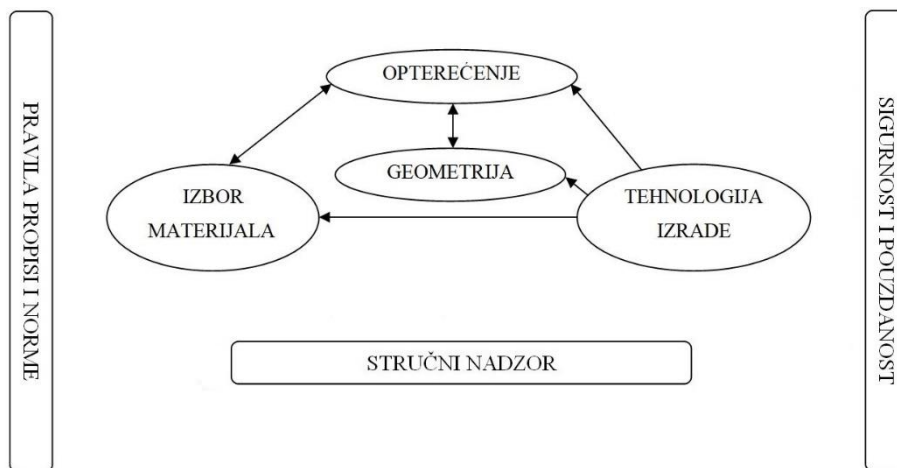
Izborom je potrebno ispuniti uvijete čvrstoće i krutosti konstrukcije ravnog punog nosača.

Odrediti će se koeficijent povećanja nosivosti, te nacrtati raspodjelu naprezanja po visini poprečnog presjeka profila za elastično područje pri pojavi plastičnog zgloba.

Dobiveni rezultati usporediti će se po kriteriju lake metalne konstrukcije

(usporediti će se mase odabranih IPE, HEB, HEM profila koje ispunjavaju navedene uvijete).

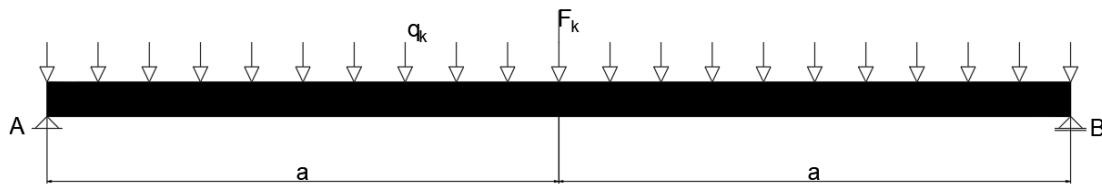
Tijek proračuna ravnog punog nosača prikazan je na slici 5.1.



Slika 5.1 - Tijek proračuna ravnog punog nosača

Pri dimenzioniranju mora biti zadovoljena pouzdanost i sigurnost.

Zadani ravni puni nosač sa ulaznim parametrima prikazan je na slici 5.2



Slika 5.2 - Zadani nosač sa prikazanim opterećenjima [5]

Zadano:

$$q_k=14 \text{ kN/m}, \gamma_m=1,35 \text{ (stalno opterećenje)} \rightarrow q_d=q_k \cdot \gamma_m=14 \cdot 1,35=18,9 \text{ kN/m}$$

$$F_k=28 \text{ kN}, \gamma_f=1,5 \text{ (promjenjivo opterećenje)} \rightarrow F_d=F_k \cdot \gamma_f=28 \cdot 1,5=42 \text{ kN}$$

$$w_{dop}=l/200 \text{ – dopušteni progib nosača}$$

$$a=3 \text{ m}$$

## 5.1 Izbor materijala punog ravnog nosača

Za izradu nosača odabran je konstrukcijski čelik S235J0 s karakteristikama:

"S" znači konstrukcijski čelik

"235" znači granica tečenja (MPa) za debljinu čelika  $\leq 16 \text{ mm}$

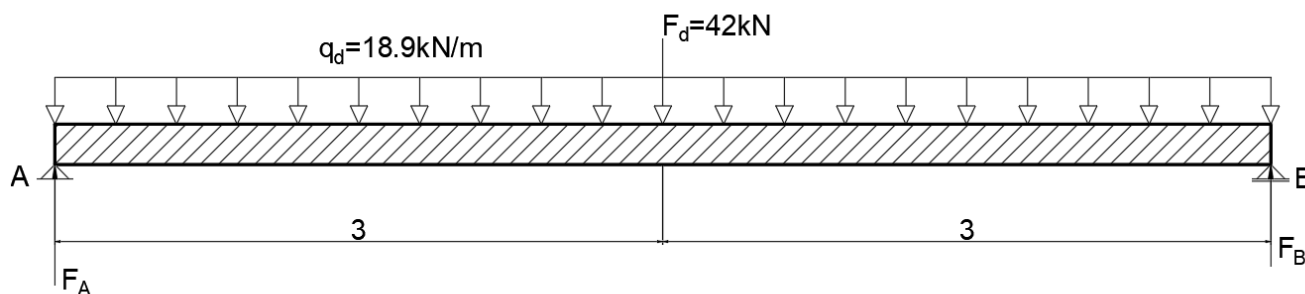
"J0" se odnosi na energiju udara 27 J pri  $0^\circ \text{ C}$ .

Karakteristična granica tečenja:  $f_{yk}=240 \text{ MPa}$

Proračunska granica tečenja:  $f_{yd}=f_{yk}/\gamma_m=218 \text{ MPa}$

## 5.2 Dimenzioniranje punog ravnog nosača

Za dimenzioniranje nosača potrebno nam je sam nosač osloboditi svih veza, te izračunati sile u osloncima  $A$  i  $B$ , kao i unutarnje sile i momente. U proračunu će se koristiti proračunske vrijednosti  $F_d$  i  $q_d$ . Proračun će se provjeriti u programu MDSolids 4.1.



Slika 5.3 - Zadani nosač s proračunskim vrijednostima oslobođen svih veza [5]

Uvjet ravnoteže prema slici 5.3 glasi:

$$\sum M_B = 0: -F_A * 2a + F_d * a + q_d * 2a * a = 0$$

$$F_A = \frac{42 * 3 + 18.9 * 6 * 3}{2 * 3}$$

$$F_A = 77,7 \text{ kN}$$

Reakcija u osloncu B jednaka je reakciji u osloncu A,

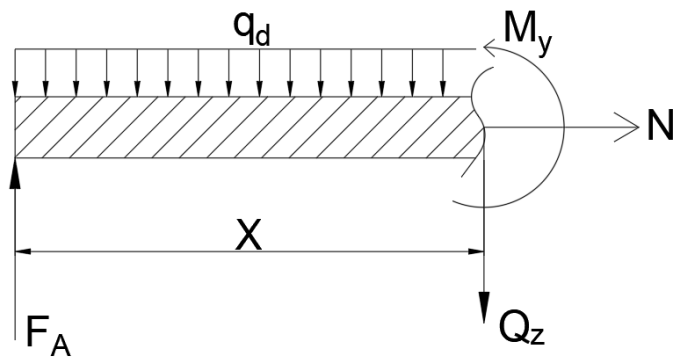
$$F_B = 77,7 \text{ kN}$$

Provjera ravnoteže sustava po osi z:

$$F_A + F_B - F_d - q_d * 2a = 0$$

$$77,7 + 77,7 - 42 - 18.9 * 6 = 0$$

$$0 = 0$$

Slika 5.4 - Prikaz unutarnjih slika za  $0 < x < 3$  [5]

Izračun unutarnjih sila prema slici 5.4 za  $0 < x < 3$ ;

$$\sum F_x = 0: \quad N = 0;$$

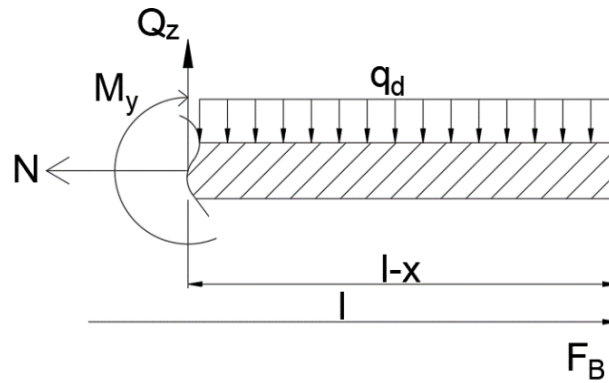
$$\sum F_z = 0: \quad Q_z - F_{Az} + q * x = 0;$$

$$\sum M_P = 0: \quad M_y - F_{Az} * x + q * x * \frac{x}{2} = 0$$

Iz gornjih jednadžbi dobije se:

$$N=0; \quad Q_z = F_{Az} - q * x; \quad Q_z(0) = F_{Az} = 77,7 \text{ kN} \quad Q_z(3) = 77,7 - 18,9 * 3 = 21 \text{ kN}$$

$$M_y = F_{Az} * x - q * x * \frac{x}{2} \quad M_y(0) = 0 \quad M_y(3) = 77,7 * 3 - 18,9 * 3 * \frac{3}{2} = 148,05 \text{ kNm}$$

Slika 5.5 - Prikaz unutarnjih slika za  $3 < x < 6$  [5]

Izračun unutarnjih sila prema slici 5.5 za  $3 < x < 6$ ;

$$\sum F_x = 0: \quad N = 0;$$

$$\sum F_z = 0: \quad -Q_z - F_B + q_d * (l - x) = 0;$$

$$\sum M_p = 0: \quad -M_y + [F_B * (l - x)] - \left[ q_d * (l - x) * \left( \frac{l - x}{2} \right) \right] = 0$$

Iz gornjih jednadžbi dobije se:

$$N=0; \quad Q_z = -F_B + q * (l - x);$$

$$Q_z(3) = (-77.7) + 18.9 * (6 - 3) = -21 \text{ kN}$$

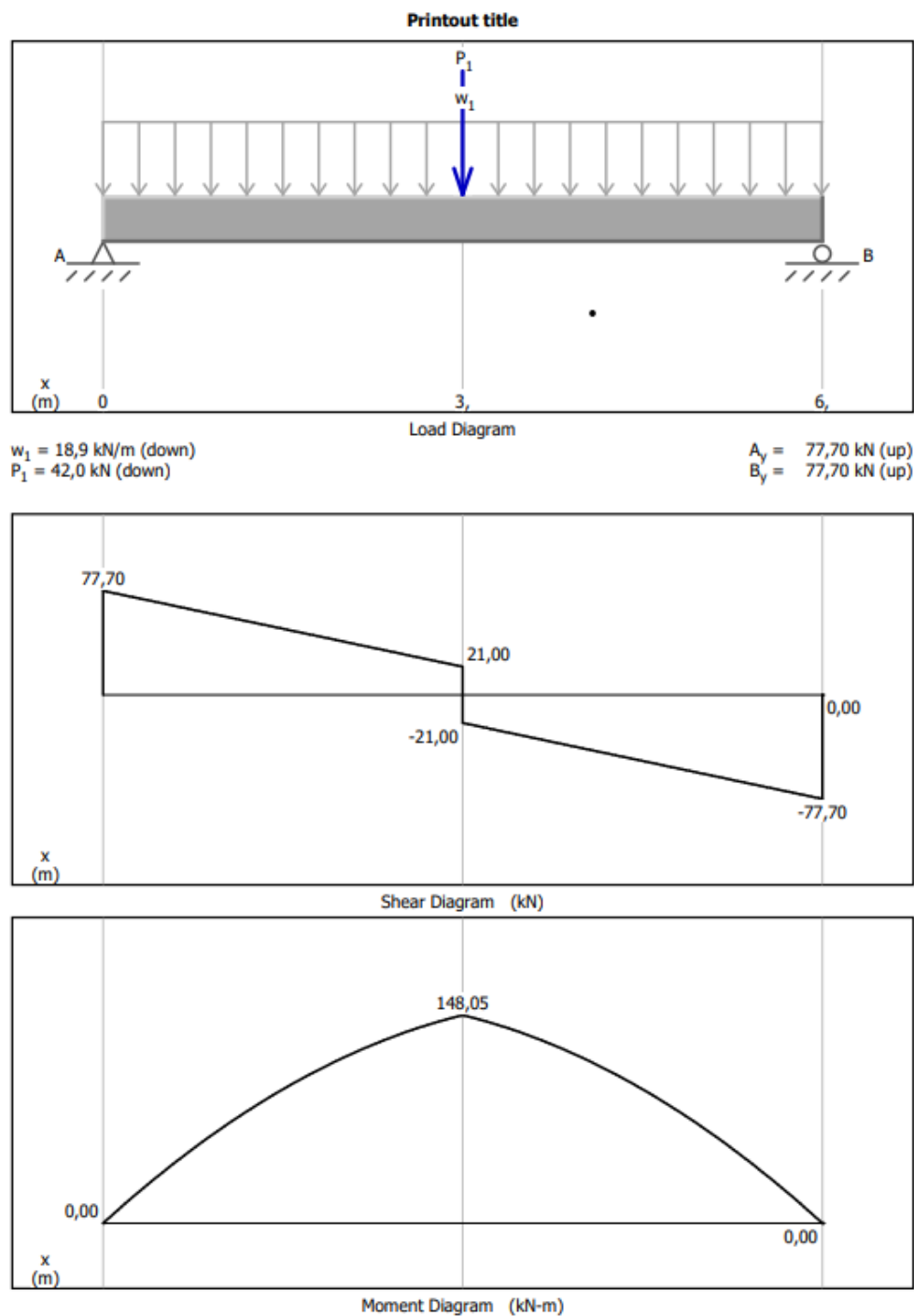
$$Q_z(6) = (-77.7) + (18.9 * 0) = -77,7 \text{ kN}$$

$$M_y = [F_B * (l - x)] - \left[ q_d * (l - x) * \left( \frac{l - x}{2} \right) \right]$$

$$M_y(3) = [77,7 * (6 - 3)] - \left[ 18.9 * (6 - 3) * \left( \frac{6-3}{2} \right) \right] = 148,05 \text{ kNm}$$

$$M_y(6) = [77,7 * (6 - 6)] - \left[ 18.9 * (6 - 6) * \left( \frac{6-6}{2} \right) \right] = 0 \text{ kNm}$$

Proračun je provjeren u programu MDSolids koji je dat studentima na raspolaganje pri rješavanju zadataka.



*Slika 5.6 - Dobiveni dijagram unutarnjih sila*

Slika 5.6 prikazuje korištenje programa MDSolids 4.1 za pomoć pri izračunu dijagrama unutarnjih sila i maksimalnog momenta savijanja koji iznosi:

$$M_{yel,max} = 148,05 \text{ kNm} .$$

Ovo je iznos maksimalnog proračunskog momenta savijanja oko osi y.

Iz uvjeta nosivosti (čvrstoće) :  $\sigma_d = \frac{M_{yel,max}}{W_{el,y}} \leq f_{yd}$

dobivamo da je moment otpora za elastično područje:

$$W_{el,y} \geq \frac{M_{yel,max}}{f_{yd}} = \frac{148,05}{21,8} = \frac{14805 \text{ kNcm}}{21,8 \text{ kN/cm}^2} \geq 697,13 \text{ cm}^3$$

gdje je:  $f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_m} = \frac{24}{1,1} = 21,8 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$

Iz uvjeta krutosti (progib):  $w_{max} \leq w_{dop} = \frac{l}{200}$

$$w_{dop} \leq \frac{600}{200} \text{ cm}$$

$$w_{dop} \leq 3 \text{ cm}$$

ako je:  $w_{max} \leq w_{dop} = \frac{l}{200}$

$$\frac{5 \cdot q_d \cdot l^4}{384 \cdot I_y \cdot E} + \frac{F_d \cdot l}{48 \cdot I_y \cdot E} \leq \frac{l}{200}$$

gdje je:  $\frac{5 \cdot q_d \cdot l^4}{384 \cdot I_y \cdot E} \rightarrow$  kontinuirano opterećenje, a  $\frac{F_d \cdot l}{48 \cdot I_y \cdot E} \rightarrow$  koncentrirano opterećenje.

$$\frac{l^3}{48 \cdot I_y \cdot E} \cdot \left( \frac{5 \cdot q_d \cdot l}{8} + F_d \right) \leq \frac{l}{200}$$

dobivamo da je moment inercije za elastično područje:

$$I_y \geq \frac{200 \cdot l^2}{48 \cdot E} \cdot \left( \frac{5 \cdot q_d \cdot l}{8} + F_d \right)$$

pa je:

$$I_y \geq \frac{200 \cdot 600^2}{48 \cdot 21\,000} \left( \frac{5}{8} \cdot 18,9 \cdot 6 + 42 \right)$$

$$I_y \geq 8\,062,5 \text{ cm}^4$$

Za dobivene vrijednosti  $W_{el,y} \geq 697,13 \text{ cm}^3$  i  $I_y \geq 8\,062,5 \text{ cm}^4$  u daljnjoj analizi u razmatranje su uzeti I profili: IPE 330, HE220B i HE200M.



Tablica 2.1 - Geometrijske karakteristike I profila

Désignation Designation Bezeichnung	Dimensions Abmessungen						Dimensions de construction Dimensions for detailing Konstruktionsmaße						Surface Oberfläche	
	G kg/m	h mm	b mm	t <sub>w</sub> mm	t <sub>f</sub> mm	r mm	A mm <sup>2</sup>	h <sub>i</sub> mm	d mm	Ø	P <sub>min</sub> mm	P <sub>max</sub> mm	A <sub>L</sub> m <sup>2</sup> /m	A <sub>G</sub> m <sup>2</sup> /t
IPE 330	49,1	330	160	7,5	11,5	18	62,6	307	271	M 16	78	96	1,254	25,52
HE 220 B	71,5	220	220	9,5	16	18	91,0	188	152	M 27	100	118	1,270	17,77
HE 200 M	103	220	206	15	25	18	131,3	170	134	M 27	106	106	1,203	11,67

U tablicama 2.2 i 2.3 su date karakteristike poprečnih presjeka odabranih I profila s vrijednostima.

Tablica 2.2 - Karakteristike poprečnog presjeka profila IPE 330 profil

Désignation Designation Bezeichnung	Valeurs statiques / Section properties / Statische Kennwerte												Classification ENV 1993-1-1								
	axe fort y-y strong axis y-y starke Achse y-y						axe faible z-z weak axis z-z schwache Achse z-z						pure bending yy		pure compression	EN 10225:1993	EN 10113-3:1993	EN 10225:2001			
	G kg/m	I <sub>y</sub> mm <sup>4</sup>	W <sub>el,y</sub> mm <sup>3</sup>	W <sub>pl,y</sub> † mm <sup>3</sup>	i <sub>y</sub> mm	A <sub>vz</sub> mm <sup>2</sup>	I <sub>z</sub> mm <sup>4</sup>	W <sub>el,z</sub> mm <sup>3</sup>	W <sub>pl,z</sub> † mm <sup>3</sup>	i <sub>z</sub> mm	s <sub>s</sub> mm	I <sub>t</sub> mm <sup>4</sup>	I <sub>w</sub> mm <sup>6</sup>	S 235	S 355				S 460	S 235	S 355
	x 10 <sup>4</sup>	x 10 <sup>3</sup>	x 10 <sup>3</sup>	x 10	x 10 <sup>2</sup>	x 10 <sup>4</sup>	x 10 <sup>3</sup>	x 10 <sup>3</sup>	x 10		x 10 <sup>4</sup>	x 10 <sup>6</sup>									
IPE A 240	26,2	3290	277,7	311,6	9,94	16,31	240,1	40,02	62,40	2,68	39,37	8,35	31,26	1	1	-	2	4	-	✓	✓
IPE 240	30,7	3892	324,3	366,6	9,97	19,14	283,6	47,27	73,92	2,69	43,37	12,88	37,39	1	1	-	1	2	-	✓	✓
IPE O 240	34,3	4369	361,1	410,3	10,00	21,36	328,5	53,86	84,40	2,74	46,17	17,18	43,68	1	1	-	1	2	-	✓	✓
IPE A 270	30,7	4917	368,3	412,5	11,21	18,75	358,0	53,03	82,34	3,02	40,47	10,30	59,51	1	1	-	3	4	-	✓	✓
IPE 270	36,1	5790	428,9	484,0	11,23	22,14	419,9	62,20	96,95	3,02	44,57	15,94	70,58	1	1	-	2	3	-	✓	✓
IPE O 270	42,3	6947	507,1	574,6	11,36	25,23	513,5	75,51	117,7	3,09	49,47	24,90	87,64	1	1	-	1	2	-	✓	✓
IPE A 300	36,5	7173	483,1	541,8	12,42	22,25	519,0	69,20	107,3	3,34	42,07	13,43	107,2	1	2	-	3	4	-	✓	✓
IPE 300	42,2	8356	557,1	628,4	12,46	25,68	603,8	80,50	125,2	3,35	46,07	20,12	125,9	1	1	-	2	4	-	✓	✓
IPE O 300	49,3	9994	657,5	743,8	12,61	29,05	745,7	98,12	152,6	3,45	50,97	31,06	157,7	1	1	-	1	3	-	✓	✓
IPE A 330	43,0	10230	625,7	701,9	13,67	26,99	685,2	85,64	133,3	3,54	47,59	19,57	171,5	1	1	-	3	4	-	✓	✓
IPE 330	49,1	11770	713,1	804,3	13,71	30,81	788,1	98,52	153,7	3,55	51,59	28,15	199,1	1	1	-	2	4	-	✓	✓
IPE O 330	57,0	13910	833,0	942,8	13,84	34,88	960,4	118,6	185,0	3,64	56,59	42,15	245,7	1	1	-	1	3	-	✓	✓
IPE A 360	50,2	14520	811,8	906,8	15,06	29,76	944,3	111,1	171,9	3,84	50,69	26,51	282,0	1	1	-	4	4	-	✓	✓
IPE 360	57,1	16270	903,6	1019	14,95	35,14	1043	122,8	191,1	3,79	54,49	37,32	313,6	1	1	-	2	4	-	✓	✓
IPE O 360	66,0	19050	1047	1186	15,05	40,21	1251	145,5	226,9	3,86	59,69	55,76	380,3	1	1	-	1	3	-	✓	✓
IPE A 400	57,4	20290	1022	1144	16,66	35,78	1171	130,1	202,1	4,00	55,60	34,79	432,2	1	1	-	4	4	-	✓	✓
IPE 400	66,3	23130	1156	1307	16,55	42,69	1318	146,4	229,0	3,95	60,20	51,08	490,0	1	1	-	3	4	-	✓	✓
IPE O 400	75,7	26750	1324	1502	16,66	47,98	1564	171,9	269,1	4,03	65,30	73,10	587,6	1	1	-	2	3	-	✓	✓
IPE A 450	67,2	29760	1331	1494	18,65	42,26	1502	158,1	245,7	4,19	58,40	45,67	704,9	1	1	-	4	4	-	✓	✓
IPE 450	77,6	33740	1500	1702	18,48	50,85	1676	176,4	276,4	4,12	63,20	66,87	791,0	1	1	-	3	4	-	✓	✓
IPE O 450	92,4	40920	1795	2046	18,65	59,40	2085	217,2	341,0	4,21	70,80	109	997,6	1	1	-	2	4	-	✓	✓

Za profil IPE 330:  $m=49,1$  kg/m,  $I_y=11770$  cm<sup>4</sup>,  $W_{el,y}=713,1$  cm<sup>3</sup>,  $W_{pl,y}=804,3$  cm<sup>3</sup>

$$A_{vz}=30,81$$

Tablica 2.3 - Karakteristike poprečnih presjeka profila HE220B i HE200M profile

Désignation Designation Bezeichnung	Valeurs statiques / Section properties / Statische Kennwerte												Classification ENV 1993-1-1									
	axe fort y-y strong axis y-y starke Achse y-y						axe faible z-z weak axis z-z schwache Achse z-z						pure bending yy		pure compression							
	G kg/m	$I_y$ mm <sup>4</sup>	$W_{el,y}$ mm <sup>3</sup>	$W_{pl,y}$ ↑ mm <sup>3</sup>	$i_y$ mm	$A_{vz}$ mm <sup>2</sup>	$I_z$ mm <sup>4</sup>	$W_{el,z}$ mm <sup>3</sup>	$W_{pl,z}$ ↑ mm <sup>3</sup>	$i_z$ mm	$s_s$ mm	$I_t$ mm <sup>4</sup>	$I_w$ mm <sup>6</sup>	S 235 S 355	S 460 S 235	S 355 S 460	EN 10025:1993	EN 10113:1993	EN 10225:2001			
	x 10 <sup>4</sup>	x 10 <sup>3</sup>	x 10 <sup>3</sup>	x 10	x 10 <sup>2</sup>	x 10 <sup>4</sup>	x 10 <sup>3</sup>	x 10 <sup>3</sup>	x 10		x 10 <sup>4</sup>	x 10 <sup>6</sup>										
HE 100 AA	12,2	236,5	51,98	58,36	3,89	6,15	92,06	18,41	28,44	2,43	29,26	2,51	1,68	1	3	-	1	3	-	✓	✓	✓
HE 100 A	16,7	349,2	72,76	83,01	4,06	7,56	133,8	26,76	41,14	2,51	35,06	5,24	2,58	1	1	-	1	1	-	✓	✓	✓
HE 100 B	20,4	449,5	89,91	104,2	4,16	9,04	167,3	33,45	51,42	2,53	40,06	9,25	3,38	1	1	-	1	1	-	✓	✓	✓
HE 100 M	41,8	1143	190,4	235,8	4,63	18,04	399,2	75,31	116,3	2,74	66,06	68,21	9,93	1	1	-	1	1	-	✓	✓	✓
HE 120 AA	14,6	413,4	75,85	84,12	4,72	6,90	158,8	26,47	40,62	2,93	29,26	2,78	4,24	2	3	-	2	3	-	✓	✓	✓
HE 120 A	19,9	606,2	106,3	119,5	4,89	8,46	230,9	38,48	58,85	3,02	35,06	5,99	6,47	1	1	-	1	1	-	✓	✓	✓
HE 120 B	26,7	864,4	144,1	165,2	5,04	10,96	317,5	52,92	80,97	3,06	42,56	13,84	9,41	1	1	-	1	1	-	✓	✓	✓
HE 120 M	52,1	2018	288,2	350,6	5,51	21,15	702,8	111,6	171,6	3,25	68,56	91,66	24,79	1	1	-	1	1	-	✓	✓	✓
HE 140 AA	18,1	719,5	112,4	123,8	5,59	7,92	274,8	39,26	59,93	3,45	30,36	3,54	10,21	3	3	-	3	3	-	✓	✓	✓
HE 140 A	24,7	1033	155,4	173,5	5,73	10,12	389,3	55,62	84,85	3,52	36,56	8,13	15,06	1	2	-	1	2	-	✓	✓	✓
HE 140 B	33,7	1509	215,6	245,4	5,93	13,08	549,7	78,52	119,8	3,58	45,06	20,06	22,48	1	1	-	1	1	-	✓	✓	✓
HE 140 M	63,2	3291	411,4	493,8	6,39	24,46	1144	156,8	240,5	3,77	71,06	120,0	54,33	1	1	-	1	1	-	✓	✓	✓
HE 160 AA	23,8	1283	173,4	190,4	6,50	10,38	478,7	59,84	91,36	3,97	36,07	6,33	23,75	3	3	-	3	3	-	✓	✓	✓
HE 160 A	30,4	1673	220,1	245,1	6,57	13,21	615,6	76,95	117,6	3,98	41,57	12,19	31,41	1	2	-	1	2	-	✓	✓	✓
HE 160 B	42,6	2492	311,5	354,0	6,78	17,59	889,2	111,2	170,0	4,05	51,57	31,24	47,94	1	1	-	1	1	-	✓	✓	✓
HE 160 M	76,2	5098	566,5	674,6	7,25	30,81	1759	211,9	325,5	4,26	77,57	162,4	108,1	1	1	-	1	1	-	✓	✓	✓
HE 180 AA	28,7	1967	235,6	258,2	7,34	12,16	730,0	81,11	123,6	4,47	37,57	8,33	46,36	3	3	-	3	3	-	✓	✓	✓
HE 180 A	35,5	2510	293,6	324,9	7,45	14,47	924,6	102,7	156,5	4,52	42,57	14,80	60,21	1	3	-	1	3	-	✓	✓	✓
HE 180 B	51,2	3831	425,7	481,4	7,66	20,24	1363	151,4	231,0	4,57	54,07	42,16	93,75	1	1	-	1	1	-	✓	✓	✓
HE 180 M	88,9	7483	748,3	883,4	8,13	34,65	2580	277,4	425,2	4,77	80,07	203,3	199,3	1	1	-	1	1	-	✓	✓	✓
HE 200 AA	34,6	2944	316,6	347,1	8,17	15,45	1068	106,8	163,2	4,92	42,59	12,69	84,49	3	4	-	3	4	-	✓	✓	✓
HE 200 A	42,3	3692	388,6	429,5	8,28	18,08	1336	133,6	203,8	4,98	47,59	20,98	108,0	1	3	-	1	3	-	✓	✓	✓
HE 200 B	61,3	5696	569,6	642,5	8,54	24,83	2003	200,3	305,8	5,07	60,09	59,28	171,1	1	1	-	1	1	-	✓	✓	✓
HE 200 M	103	10640	967,4	1135	9,00	41,03	3651	354,5	543,2	5,27	86,09	259,4	346,3	1	1	-	1	1	-	✓	✓	✓
HE 220 AA	40,4	4170	406,9	445,5	9,00	17,63	1510	137,3	209,3	5,42	44,09	15,93	145,6	3	4	-	3	4	-	✓	✓	✓
HE 220 A	50,5	5410	515,2	568,5	9,17	20,67	1955	177,7	270,6	5,51	50,09	28,46	193,3	1	3	-	1	3	-	✓	✓	✓
HE 220 B	71,5	8091	735,5	827,0	9,43	27,92	2843	258,5	393,9	5,59	62,59	76,57	295,4	1	1	-	1	1	-	✓	✓	✓
HE 220 M	117	14600	1217	1419	9,89	45,31	5012	443,5	678,6	5,79	88,59	315,3	572,7	1	1	-	1	1	-	✓	✓	✓

Za profil HE220B:  $m=71,5$  kg/m,  $I_y=8\ 091$  cm<sup>4</sup>,  $W_{el,y}=735,5$  cm<sup>3</sup>,  $W_{pl,y}=827$  cm<sup>3</sup>

$$A_{vz}=27,92$$
 cm<sup>2</sup>

Za profil HE200M:  $m=103$  kg/m,  $I_y=10\ 640$  cm<sup>4</sup>,  $W_{el,y}=967,4$  cm<sup>3</sup>,  $W_{pl,y}=1135$  cm<sup>3</sup>

$$A_{vz}=41,03$$
 cm<sup>2</sup>

### 5.3 Provjera nosivosti i krutosti odabranih I profila

Izraz za provjeru nosivosti:  $\sigma_d = \frac{M_{yel,max}}{W_{el,y}} \leq f_{yd}$

Izraz za provjeru krutosti:  $w_{max} = \frac{l^3}{48 \cdot E \cdot I_y} \left( \frac{5}{8} \cdot q_d \cdot l + F_d \right) \leq w_{dop}$

Izraz za provjeru tangencijalnog naprezanja:  $\tau_{rd} = \frac{f_{yd}}{\sqrt{3}} \quad \tau_d = \frac{V_{max}}{A_{vz}}$

gdje je:  $\tau_{rd}$  - dopušteno tangencijalno naprezanje

$V_{max}$  - maksimalna poprečna sila

$A_{vz}$  - rezna površina poprečnog presjeka profila

#### **Provjera IPE 330 profila:**

Provjera nosivost:

$$\sigma_d = \frac{M_{yel,max}}{W_{el,y}} = \frac{14805}{713,1} = 20,76 \text{ kN/cm}^2 \leq f_{yd}$$

Provjera krutost:

$$w_{max} = \frac{l^3}{48 \cdot E \cdot I_y} \left( \frac{5}{8} \cdot q_d \cdot l + F_d \right) = \frac{600^3}{48 \cdot 21\,000 \cdot 11\,770} \left( \frac{5}{8} \cdot 18,9 \cdot 6 + 42 \right) = 2,06 \text{ cm}$$

Provjera tangencijalnog naprezanja:

$$\tau_{rd} = \frac{f_{yd}}{\sqrt{3}} = \frac{21,8}{\sqrt{3}} = 125,86 \text{ MPa}$$

$$\tau_d = \frac{V_{max}}{A_{vz}} = \frac{77,70}{30,81} = 2,52 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \leq \tau_{rd} = 12,59 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

**Provjera HE 220 B profila:**

$$\text{Provjera nosivost: } \sigma_d = \frac{M_{yel,max}}{W_{ely}} = \frac{14805}{735,5} = 20,13 \text{ kN/cm}^2 \leq f_{yd}$$

Provjera krutost:

$$w_{max} = \frac{l^3}{48 \cdot E \cdot I_y} \left( \frac{5}{8} \cdot q_d \cdot l + F_d \right) = \frac{600^3}{48 \cdot 21\,000 \cdot 8091} \left( \frac{5}{8} \cdot 18,9 \cdot 6 + 42 \right) = 2,99 \text{ cm}$$

$$\text{Provjera tangencijalnog naprezanja: } \tau_{rd} = \frac{f_{yd}}{\sqrt{3}} = \frac{21,8}{\sqrt{3}} = 125,86 \text{ MPa}$$

$$\tau_d = \frac{V_{max}}{A_{vz}} = \frac{77,70}{27,92} = 2,78 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \leq \tau_{rd} = 12,59 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

**Provjera HE 200 M profila:**

$$\text{Provjera nosivost: } \sigma_d = \frac{M_{yel,max}}{W_{ely}} = \frac{14805}{967,4} = 15,30 \text{ kN/cm}^2 \leq f_{yd}$$

Provjera krutost:

$$w_{max} = \frac{l^3}{48 \cdot E \cdot I_y} \left( \frac{5}{8} \cdot q_d \cdot l + F_d \right) = \frac{600^3}{48 \cdot 21\,000 \cdot 10\,640} \left( \frac{5}{8} \cdot 18,9 \cdot 6 + 42 \right) = 2,2 \text{ cm}$$

$$\text{Provjera tangencijalnog naprezanja: } \tau_{rd} = \frac{f_{yd}}{\sqrt{3}} = \frac{21,8}{\sqrt{3}} = 125,86 \text{ MPa}$$

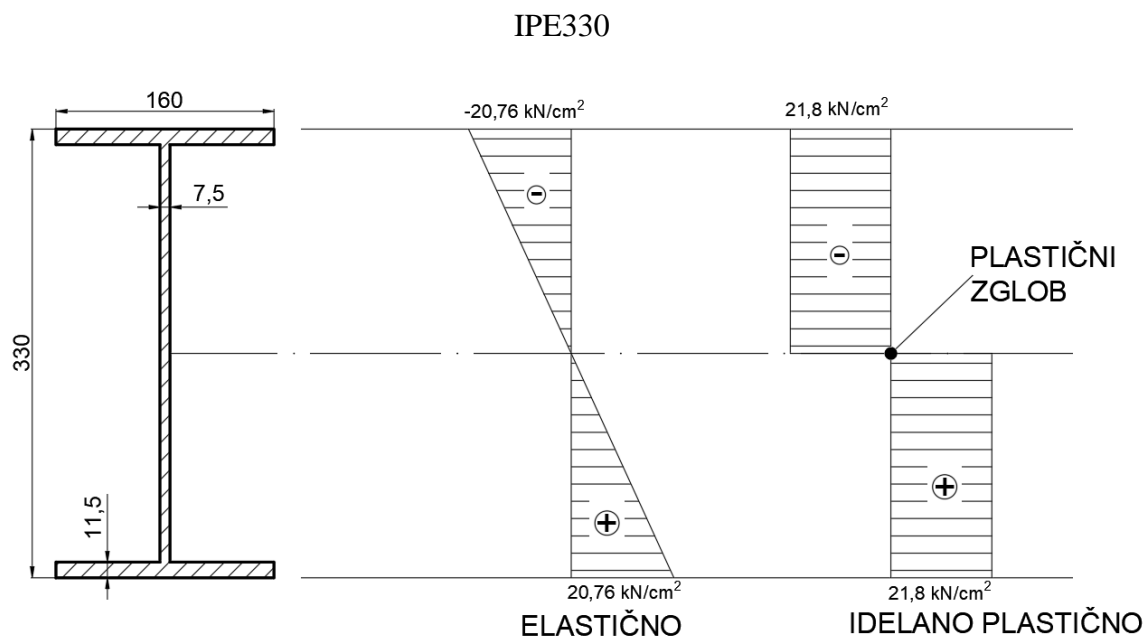
$$\tau_d = \frac{V_{max}}{A_{vz}} = \frac{77,70}{41,03} = 1,89 \text{ kN/cm}^2 \leq \tau_{rd} (12,59 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2})$$

Kao rezultat dobivamo da sva 3 profila zadovoljavaju uvijete nosivosti i krutosti.

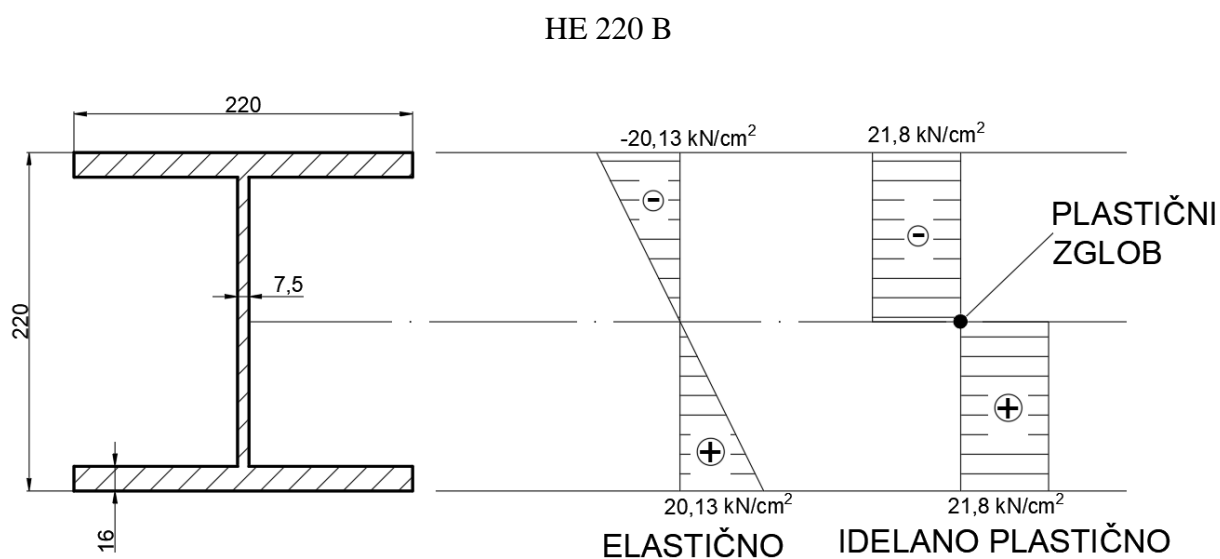
Normalna i tangencijalna naprezanja su manja od dopuštenih.

## 5.4 Raspodjela naprezanja odabranih I profila za elastično područje i pri pojavi plastičnog zgloba

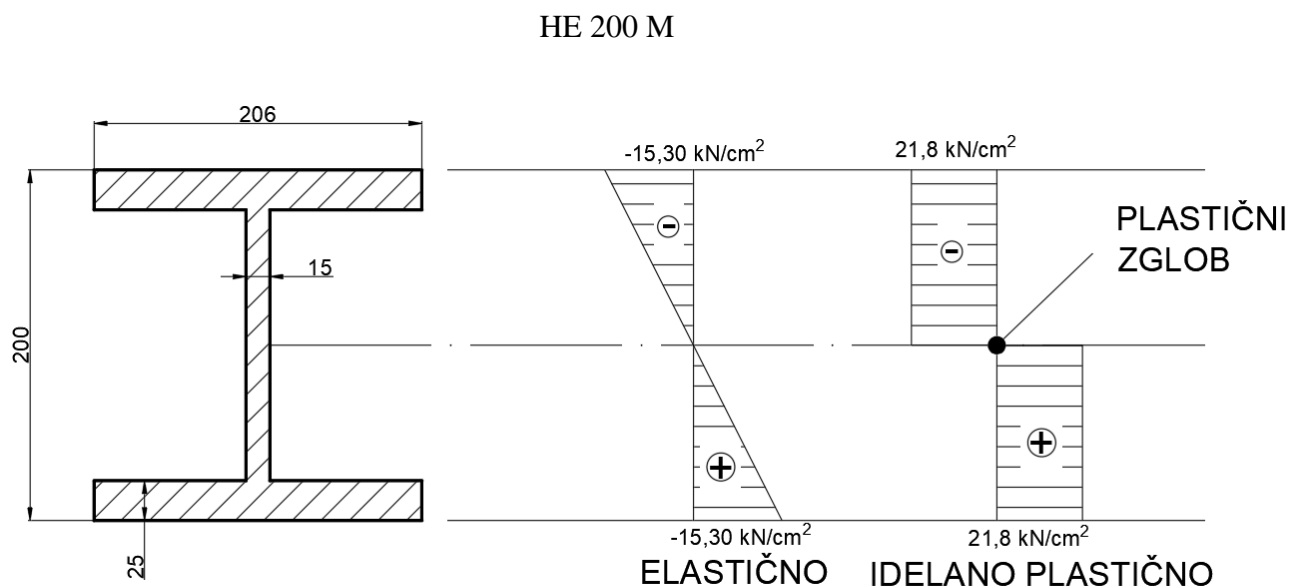
Za odabrane profile prikazana je raspodjela naprezanja po visini poprečnog presjeka, te pri pojavi plastičnog zgloba.



Slika 5.7 - Raspodjela naprezanja za IPE330 profila [5]



Slika 5.8 - Raspodjela naprezanja za HE220B profil [5]



Slika 5.9 - Raspodjela naprezanja HE220M profila [5]

## 5.5 Povećanje nosivosti odabranih I profila

Sukladno Eurocode-u dopušteno povećanje nosivosti za odabrane profile je:

$$\text{IPE330} - k = \frac{W_{pl}}{W_{el}} = \frac{804,3}{713,1} = 1,13$$

$$\text{HE220B} - k = \frac{W_{pl}}{W_{el}} = \frac{827}{735,5} = 1,12$$

$$\text{HE200M} - k = \frac{W_{pl}}{W_{el}} = \frac{1135}{967,4} = 1,17$$

## 5.6 Usporedba mase odabranih I profila

Jedinične mase odabranih I profila su:

IPE 330    49,1 kg/m

HE 220 B    71,5 kg/m

HE 200 M    103 kg/m

Usporedbom jediničnih masa vidimo da je IPE330 profil za 46% bolji odabir od HE220B profila, a 101% od HE200M profila. Dok je HE220B profil bolji od HE200M za 44%.

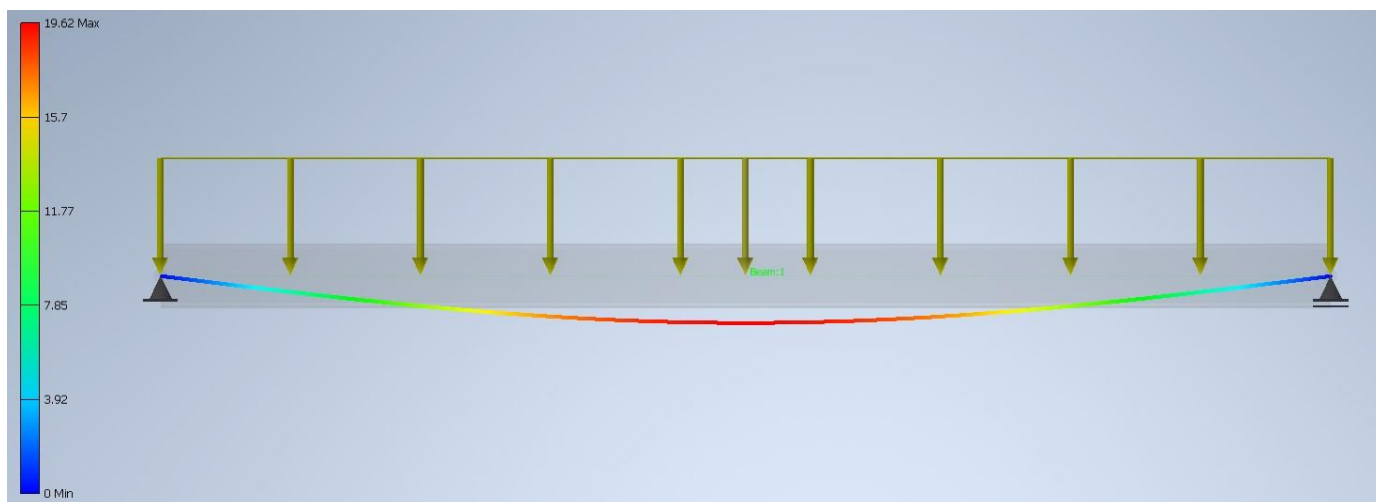
## 5.7 Izbor I profila

Kao prvi odabir odabran je profil IPE330 zbog najmanje mase po metru, te zadovoljava sve postavljene kriterije.

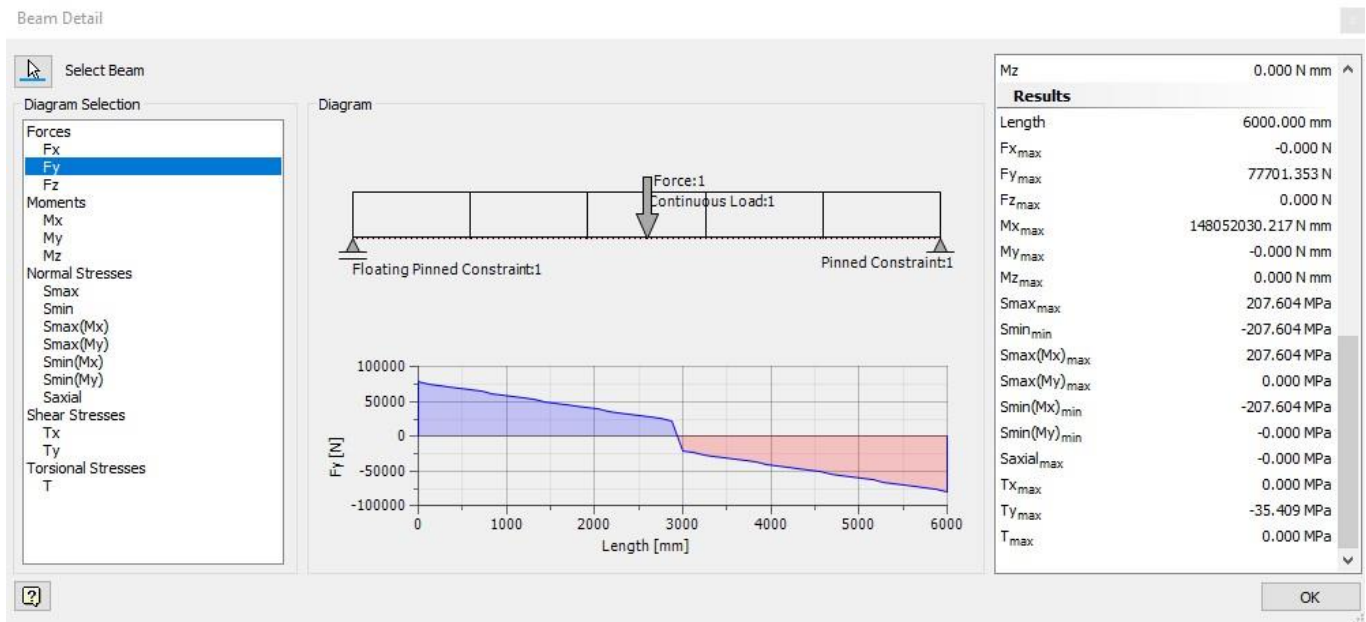
Koeficijent povećanja nosivosti u plastičnom području iznosi  $k=1,13$ .

Ukoliko odabrani profil ne odgovara dimenzijama pri montiranju, uzima se HE 220 B ili HE 200 M profil zbog manje visine, iako će cjelokupna konstrukcija biti teža.

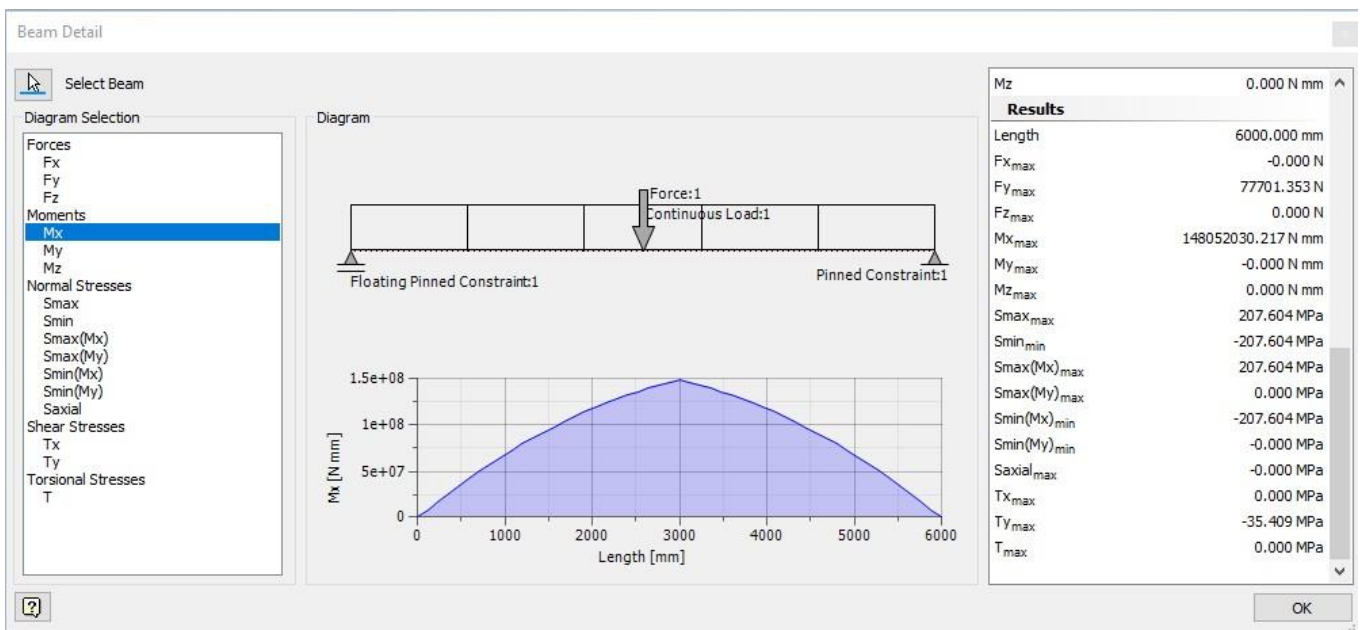
Za izabrani profil IPE 330 prikazana je simulacija savijanja slikom 5.10 u programu Inventor Professional 2022 s funkcijom Frame Analysis, te su prikazani dobiveni rezultati i dijagrami slikom 5.11 i slikom 5.12 radi usporedbe s dobivenim rezultatima proračunom.



*Slika 5.10 - Simulacija savijanja profila IPE 330 [6]*



Slika 5.11 – Dijagram naprezanja profila IPE 330 [6]



Slika 5.12 - Dijagram momenta oko osi x za profil IPE 330 [6]



## 6. Zaključak

Zadatak ovog završnog rada bio je analizirati kako se I profili ponašaju u elastično-plastičnom području, te što nam je učiniti da poboljšamo nosivost konstrukcije.

Na početku su ukratko opisani čelični profili, njihova prednost primjene kod metalnih konstrukcija, te koji se čelični profili koriste pri konstruiranju.

Na primjeru punog ravnog nosača prikazano je savijanje u elastično-plastičnom području s konstantnim poprečnim presjekom. Prikazane su osnovne formule potrebne za proračun, kao i dijagrami raspodjele napreznja i deformacija po visini poprečnog presjeka punog ravnog nosača. Kod povećanja nosivosti punog ravnog nosača u plastičnom području prikazan je razvoj plastičnih zona u elastično-plastičnom području pravokutnog poprečnog presjeka punog ravnog nosača koji je izložen savijanju. Primjećujemo da se u elastičnom području normalna napreznja mijenjaju po linearnom zakonu, dok se plastične deformacije javljaju tek kada najveće napreznje dosegne granicu tečenja.

Za ravni puni nosač pravokutnog poprečnog presjeka  $b \times h$  koji je opterećen momentom savijanja tako da se nalazi u elastično-plastičnom području dolazimo do zaključka da se moment u elastičnom području za puni ravni nosač pravokutnog poprečnog presjeka može povećati do 50% do pojave plastičnog zgloba.

Analizom različitih poprečnih presjeka u elastično-plastičnom području prikazan je T poprečni presjek, te formule za izračun graničnog momenta. Zaključeno je da za nesimetrične presjeke neutralna linija se pomiče, jer  $A_1 = A_2$ . Dok za I poprečne presjeke uzeti su IPE, HEB i HEM profili istih visina. Koeficijenti povećanja nosivosti  $k$  koji su regulirani pravilima prema Eurocode-u za I profile možemo primijetiti da se ne razlikuju previše.

Analizom zadanog primjera dokazano je da IPE profil s puno manjom masom od 49,1 kg/m koji je u usporedbi s HE220B profilom bolji za 46%, a u usporedbi s HE200M profilom bolji za 101%, nosač može podnijeti isto opterećenje kao drugi ispitani profili. Kao dodatno rješenje moguće je promijeniti materijal grede ili dimenzije radi poboljšanja nosivosti. Ukoliko pri konstruiranju odabrani profil IPE330 ne odgovara radi svojih dimenzija, tada se uzimaju profili HE220B ili HE200M radi manje visine, iako će ukupna konstrukcija biti teža.

## Literatura

1. Boris A., Darko D., Ivica DŽ. : *Metalne konstrukcije 1*, Institut građevinarstva Hrvatske
2. Ivo Alfirević : *Viša nauka o čvrstoći*, Zagreb 1975.
3. Vice Šimić : *Otpornost materijala 2*, Zagreb 1995.
4. Kolegij: *Metalne konstrukcije*
5. AutoCAD 2021, verzija 24.0
6. Inventor Professional 2022
5. Čelična konstrukcija i čelični profili (željezni profili) (emajstor.hr)
6. 7.8: Plastic deformation during beam bending - Engineering LibreTexts
7. 9781107010963\_excerpt.pdf (cambridge.org)